

谱方法和高精度算法课程大纲

by 于海军 hyu@lsec.cc.ac.cn

2013,2,27

课程简介

谱方法由上个世纪40年代被引入到科学工程计算中。其基本数学理论由Gottlieb和Orszag于1977年奠定。此后被大量的应用到流体力学，电磁力学，材料计算，甚至计算经济、金融等领域。同有限元和差分方法相比较，谱方法最大的特点就是精度高。近年来随着谱元方法和间断谱元方法的引进，它也能处理复杂的几何区域，进一步扩大了它的应用领域。

本课程主要介绍谱方法的基本理论、编程实现和在常见物理方程上的应用。通过一学期大约45-60学时的时间，我们期望能把谱方法中最基本，最精华的部分叙述清楚，并通过简单的应用展示在实际使用时可能遇到的问题和解决办法。本科程结束之后，希望选修者能用谱方法解决一些科研中遇到的实际问题。

主要内容

1. 谱方法的简单介绍；同差分、有限元的比较；谱方法分类和误差估计框架。
2. Fourier谱方法和Fourier逼近
3. Alias误差
4. 正交多项式的逼近性质
5. 基于正交多项式的Galerkin方法
6. 一维应用：KdV方程，波动方程，积分方程，发展方程，Burgers方程等
7. 无界区域上的谱方法：Laguerre方法，Hermite方法，及在Schrodinger方程上的应用
8. 二维矩形和三角形上的谱方法
9. 圆盘、柱坐标和球面、球壳上的谱方法
10. 谱元方法简介

以上为本课程的基本大纲，具体上课情况根据进度情况会有变化。

参考书

1. Jie Shen and Tao Tang, Spectral and High-Order Methods with Applications, Science Press, Beijing, 2006
2. Jie Shen, Tao Tang and Li-Lian Wang, Spectral Methods: Algorithms, Analysis and Applications, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011
3. Lloyd N. Trefethen, Spectral Methods in Matlab, Tsinghua University Press, 2011
4. George EMKarniadakis and Spencer Sherwin, Spectral/hp Element Methods for Computational Fluid Dynamics, Second Edition, Oxford Science Publications, 2005

对于每个主题，我会从这些参考书中筛选整理出合适内容来讲，讲义和习题会公布在我的个人主页上. 其中作业会涉及到数学证明，算法推导和程序设计，但每次作业量不会太多。

成绩考核方法

1. 平时作业 30% ：一些简单的证明、算法设计和上机实验，请在上课前交作业。上机题发到我的电子邮箱。
2. 期末考试（开卷）40% ：主要考查对本课程主要内容的理解和掌握程度，有证明和程序设计组成。期末考试大约安排在5月份（春季学期期末）。
3. 大报告30%：针对一个具体问题（可从待选列表中选择也可以从自己的科研中提炼）构造谱方法并做分析和上机实验（在学期结束前一周截至）。

其它

本课程没有固定的答疑时间。如果需要答疑请发email到我的信箱hyu@lsec.cc.ac.cn预约。课程之中有任何问题都可以随时发email咨询。