

冯康曾先后获得全国科学大会重大成果奖、国家自然科学基金二等奖、国家科技进步二等奖、中国科学院自然科学一等奖和国家自然科学基金一等奖。他曾应邀在国外数十所大学和科研机构讲学,是1983年世界数学家大会特邀报告人,并且被选定为1995年国际工业与应用数学大会的特邀报告人。

1993年8月17日,冯康因后脑蛛网膜大面积出血,经抢救无效逝世,终年73岁。他的逝世是中国数学界乃至国际数学界的重大损失。美国科学院院士、曾任美国总统科学顾问及美国数学会会长的著名数学家拉克斯(P. Lax)在获悉冯康去世的消息后,在美国杂志“SIAM News”发表的悼文中写道:“冯康教授的声望是国际性的,在各种国际会议上我们都记得他短小的身材,散发着活力的智慧的眼睛以及充满灵感的脸孔,整个数学界及他众多的朋友将深深怀念他。”

二 学术成就

1. 拓扑群及广义函数论研究

1957年前,冯康主要从事基础数学研究,在拓扑群及广义函数论的研究中取得了突破性的杰出成就。

冯康最早的研究工作是辛群的生成子和四维数代数基本定理的拓扑证明。接着他研究殆周期拓扑群理论。这一理论是由冯·诺依曼(von Neumann)在1934年创始的,与酉阵表现密切相关。在拓扑群上如果对任意两个不同元素必定有一个殆周期函数在这两个元素上取不等值,这个群就叫做最大殆周期群;如果群上所有的殆周期函数都是常数,它就叫做最小殆周期群。1936年佛勒登塔尔(Freudenthal)及韦伊(Weil)解决了最大殆周期群的问题。1940年冯·诺依曼及威格纳(Wigner)对于极小群的研究做出了重要贡献,但其表征问题一直没有解决。冯康在1950

年发表了“最小殆周期拓扑群”^[1]一文,阐明了最小殆周期群的一些特征,知道他们相当于根本不封闭和不可换的群,给出了单连通李群是最小殆周期群的充要条件,并由此得到,对线性李群而言,最小殆周期性可由局部完全决定。该文还列举了若干最小殆周期群的实例,并应用最小殆周期性证明了一个关于复数李群的定理。

冯康对基础数学的又一个重要贡献是对广义函数论的研究。函数是数学分析的一个重要的基本概念,几个世纪以来一直在近代数理科学的研究中发挥着关键作用。但到上世纪末以后,随着自然科学尤其是物理学的发展,古典的函数概念已显得不够或不完全合适。推广函数及其运算的概念,使之能更灵活、更合适、更普遍地表述和研究物理世界,是摆在数学家面前的迫切需要解决的重大课题。于是出现了试图解决这一问题的各种尝试,广义函数论也就应运而生。

广义函数及其基本运算的理论最早是由苏联数学家索波列夫建立的(1936,1950),然后,许瓦兹(Schwartz)改进和发展了这一理论(1951),盖尔方特及希洛夫又推广了这一理论(1953)。广义函数论一出现便引起世界科学界的极大重视,冯康则是最早注意到数学的这一重大发展的中国数学家之一。他于1954年便投身于这一崭新的研究领域,并于1955年在《数学进展》上发表了题为“广义函数论”^[2]的长篇综述性论文,系统介绍了广义函数论。文中也包含了他自己的部分最新研究成果。这一论文大大推动了我国学者对广义函数论的研究及应用。

1957年冯康发表了“广义函数的泛函对偶关系”^[3]一文,建立了广义函数中离散型函数(δ 函数及其导函数)与连续型函数之间的对偶定理。同年,他在华罗庚教授建议下,建立了广义梅林变换理论,发表了“广义 Mellin 变换”^[4]一文。这一理论对于偏微分方程和解析函数论等均有应用。国外迟至60年代才出现类似的工

作。

2. 有限元方法

50年代末,我国的计算数学研究刚刚起步。1959年我国第一台大型电子计算机在中国科学院计算技术研究所研制成功。当时在该所三室工作的冯康,带领他的科研小组承担了应用计算机计算一系列水坝建设中大型弹性力学计算问题的国家任务。为了克服传统的差分方法难以处理几何与材料的复杂性以及缺乏理论保证的困难,从1960年起,冯康、黄鸿慈等人开展了椭圆型方程计算方法的系统研究,冯康进行了系统的理论分析及总结提高,通过把变分原理与剖分逼近有机结合,把传统上对立而各具优点的差分方法与能量法辩证统一,扬长抑短,推陈出新,一举克服了上述两方面的困难,于1964年独立于西方创造了有限元方法,形成了标准的算法形态,编制了通用的有限元程序,并及时地解决了当时我国最大的刘家峡水坝的应力分析问题。

1965年,冯康在《应用数学与计算数学》上发表了论文“基于变分原理的差分格式”^[6],在极其广泛的条件下证明了方法的收敛性和稳定性,给出了误差估计,从而建立了有限元方法的严格的数学理论基础,为其实际应用提供了可靠的理论保证。这篇论文的发表是我国学者独立于西方系统地开创了有限元方法的标志。

有限元方法是求解连续体偏微分方程的一种离散化方法。冯康把其要点归纳为“化整为零、截弯取直、以简驭繁、化难于易”。它的基础分两个方面:一是变分原理,二是剖分插值。从第一方面看,它是传统的能量法的一种变形,从第二方面看,则是差分方法的一种变形。这是两类方法相结合取长补短而进一步发展的结果。它具有很广的适应性,特别适合于几何、物理条件比较复杂的问题,而且便于程序的标准化。由于该方法对有限与无限、连续与离散、局部与整体、简单与复杂、理论与实际、人与机器等各对矛盾的处理都比较得当,因此在解题能力、处理效率和理论保证诸方面都远

远超过传统的方法。在有限元方法创始之初,冯康就认识到它的内在潜力,并估计这一方法将使固体力学和其他椭圆型方程计算问题得到实际的解决,这一点确实已被尔后几十年的实践所证实。

“文革”动乱迫使冯康中断了对有限元方法的研究工作。但即使在那段动乱时期,他的研究小组仍应用有限元方法解决了国防建设和国民经济中数十个重大的计算课题,并应有关单位要求,作了多次学术讲演,举办了多期学习班,做了大量的推广应用工作。从1972年开始,冯康的研究小组举办了数十次报告会,听讲者多达数千人。他们同时还承担了咨询服务、提供资料和计算程序等工作,有力地推进了有限元方法的发展。今天,几乎所有的工业部门和国防科研部门都在应用有限元方法,有限元方法已经成为一项生产力,为我国的社会主义现代化建设作出贡献。

有限元方法的创立对数学学科本身也有重要意义,它的出现使得微分方程的数值解法及其理论分析的面貌大为改观。有限元方法对于数学、力学、工程科学和计算机科学等学科之间交流渗透也起了促进作用。有限元的基本方法和理论已因其意义重大且已定型成熟而成为经典,被写进教科书,被列为理工科大学的必修课程的内容。

冯康并不满足于经典的连续有限元即协调元的成功。70年代中后期他注意到了间断有限元,也即非协调有限元的理论还处在不甚令人满意的状态,便及时开展了有关研究。他建立了间断函数类的庞加莱(Poincare)型不等式,间断有限元函数空间的嵌入定理及间断有限元的一般收敛性定理,于1979年在《计算数学》发表了“论间断有限元的理论”^[9]。这些成果正是后来得到系统发展的非协调有限元理论研究的先导。

冯康还将椭圆方程的经典理论推广到具有不同维数的组合流形,即由不同维数子流形组成的几何结构,这在国际上为首创。他的论文“组合流形上的椭圆方程与组合弹性结构”^[8]为组合弹性结

构提供了严密的数学基础,解决了有限元方法对组合结构的收敛性问题。他曾将此项成果向工程界讲授,颇受欢迎。国外直到80年代中期才有这方面的工作。近年来,由于诸如机器人及空间站等高度复杂的结构的出现,这一方向已显示出极大的发展前景。现在他的学生及一些外国学者正在进行这一方向的继续研究。

有限元方法的创立是计算数学发展的一个里程碑。冯康独立于西方创造了有限元方法,并先于西方建立了其严密的理论基础,功不可没。国外关于有限元方法数学分析的论文最早是在1968年发表的,比冯康的论文晚了3年。冯康创始有限元方法的学术观点和学术道路也与西方迥然不同,这使得他能在比西方远为落后的计算机设备条件下做出领先于西方的工作。冯康对有限元方法创立的贡献今天已得到国内外公认和重视。冯康的论文被后来的多数国内同行反复引用,被视为有限元方法的创始工作。外国科学家在事过十余年了解到冯康的工作后,也都一致对这一工作的历史地位和作用予以充分肯定,公正承认有限元是我国独立于西方的一项发明创造。

3. 自然边界归化与自然边界元方法

自60年代以来,有限元方法对于求解有界区域椭圆边值问题取得了极大的成功,被广泛应用于工程技术和科学计算中。但是,许多实际计算问题涉及无界区域,而用有限元方法求解无界区域问题必然遇到本质性困难,为达到所需要的计算精度,往往要付出极大的代价。冯康没有陶醉在有限元方法成功的喜悦之中。他从“微分方程边值问题可以有种种不同的数学成型,在理论上等价,但在实践中不等效”这一基本观点出发,既深刻地总结出对有界区域问题“有限元方法成功的一个关键就是合理地选取了变分的数学型式”,又敏锐地感觉到对无界区域问题必须探索新的更适宜的数学型式并发展相应的数值计算方法。于是在70年代后期至80年代初期,冯康的研究兴趣转向了边界归化及边界元方法这一领

域。

关于微分方程边值问题作边界归化的思想早在上一世纪就已出现,但应用于数值计算却是到本世纪60年代才开始的,这就是边界积分方程法。从70年代后期开始,这一方法又被称为边界元方法,并在国际上形成了直接法与间接法两大流派。与国际上流行的这两类基于经典边界归化理论的方法完全不同,冯康根据微分方程边值问题的物理和数学特性,提出了正则边界归化的思想。他指出,唯有通过正则边界归化,才能保持能量不变,从而保持问题的本质不变。后来他又改称此类归化为自然边界归化。基于这一思想,他和他的学生余德浩系统地发展了自然边界元方法。这一方法除了具备所有边界元方法共有的将问题降维处理及适于处理无界区域问题的优点外,还有许多独特之处:由于自然边界归化保持能量不变,原边值问题的许多基本性质被保持;由于基于相同的变分原理,自然边界元能与经典有限元自然而直接地耦合;自然积分方程由原边值问题唯一确定,它正是此边值问题的解的互补的微分边值之间的本质的关系,也即狄里赫莱—诺依曼(Dirichlet-Neumann)映射。自然边界归化在各种边界归化中占有特殊的地位,而自然边界元方法则具有许多理论上和数值计算上的优点。

1978年冯康应法国国家科学研究中心和意大利科学院邀请赴法、意讲学,在国际上首次提出了自然边界归化的思想,讲演的主要内容随后发表在1980年《计算数学》上的论文“论微分与积分方程以及有限与无限元”^[10]中。1982年他与法国科学院利翁斯(Lions)院士一起主持了“中法有限元讨论会”,与余德浩联名发表了论文“椭圆边值问题的正则积分方程及其数值解”^[14],这是该次会议的两个最主要的报告之一。1983年冯康又获得在国际数学家大会上作45分钟特邀报告的殊荣,报告的题目是“有限元方法与自然边界归化”^[15]。1984年冯康应用自然边界归化于海伦霍兹(Helmholtz)方程,对其无穷远边界条件即索墨菲尔德(Sommer-