基于障碍增广拉格朗日函数的原始对偶内点松弛算法研究

张瑞进

摘要

内点法是求解最优化问题的一类有效方法。传统内点法的每一步迭代通常会使用牛顿法来近似地求解一个带障碍罚函数的子问题，并将迭代点限制在可行域的内部。本文提出了一种新的基于障碍增广拉格朗日函数的内点方法——原始对偶内点松弛算法，并将该算法用于求解凸二次规划、半定规划以及二阶锥规划问题。

首先，针对凸二次规划问题，提出了原始对偶内点松弛算法 IPRQP。和求解凸二次规划的传统内点法相比，该算法不需要迭代点在非负锥的内部。本文基于该特点设计了专门的初始点，并且在不基于严格可行内点存在的假设下给出了算法收敛性分析与不可行性探测的一些结果。最后针对 NETLIB 线性规划测试集以及 Maros-Mészáros 二次规划测试集与开源求解器 IP-PMM 以及 OSQP 进行对比，数值结果显示 IPRQP 在可行问题以及不可行问题上的表现是高效以及可靠的。

其次，针对半定规划问题，提出了原始对偶内点松弛算法 IPRSDP。和求解半定规划的传统内点法相比，该算法不需要迭代点在半定锥的内部，并且 IPRSDP 算法中的搜索方向不需要做对称化。算法形成线性方程组的系数矩阵所需要的计算量和 NT 方向一样，但少于 AHO 方向以及 HKM 方向。针对最大割问题我们给出定制化算法，并在最大割问题测试集 Gset 上进行数值试验。数值结果显示 IPRSDP 的求解速度要优于著名的开源求解器 SDPT3 以及 SeDuMi。

最后，针对二阶锥规划问题，提出了原始对偶内点松弛算法 IPRSOCP。和求解二阶锥规划的传统内点法相比，该算法不需要迭代点在二阶锥的内部，并且该算法线性方程组的系数矩阵具有特殊的结构。本文基于该结构设计了加速算法，并在随机生成的具有一定结构的例子上进行测试，数值结果显示 IPRSOCP 表现优于开源求解器 SDPT3、SeDuMi 以及 ECOS。

关键字: 障碍增广拉格朗日函数，原始对偶内点松弛算法，凸二次规划，半定规划， 二阶锥规划