三类应用优化问题的高效算法

杨沐明

摘要

最优化问题是在给定约束限制下寻求最优决策的问题, 常见于生产、生活中的各个环节. 为研究解决最优化问题而发展出的最优化理论与方法被广泛应用于通信、金融、石油化工、交通等领域. 因此最优化是一门具有极高应用价值的学科. 本文主要研究了石油运输、航天制导和物流过程优化领域中的难点问题, 并为这些问题设计了新的高效算法.

对于热油管道问题, 我们给出了一个混合整数非线性规划模型, 并证明了它是 $\mathcal{NP}$ 难的. 通过分析这一模型的两个松弛问题在一定条件下的等价性, 本文设计了基于分支定界的全局优化算法 HOPBB, 并证明了算法的有限终止性和全局最优性. 此外, 我们还设计了预处理方法保证算法可行以及引入外逼近方法加速松弛问题的求解. 将 HOPBB 算法应用于实际数据所得的最优方案节省了当前方案 6.83% 的运行费用. HOPBB 算法的高效性也在与通用混合整数非线性规划求解器的对比中得到了充分的验证.

对于动力下降制导问题, 我们考虑了带有气动阻力和推力与速度方向夹角约束的动力下降制导问题的最优控制模型. 这一模型经无损凸化、时间离散化和线性化步骤后转化为二阶锥规划. 我们分析了已有的序列凸化方法在求解此模型时出现的数值不稳定和迭代效率较低的问题. 基于部分非凸约束计算困难和时间变量收敛更快的特点, 本文提出了一个两阶段的序列凸化方法. 数值实验的结果表明两阶段方法比单阶段方法更加稳定且高效. 为了研究一般动力下降制导问题有收敛性保证的方法, 我们将它的最优控制模型转化为非线性二阶锥规划进行分析. 通过引入 ℓ_1 势函数和非光滑线搜索, 本文将求解仅含非线性锥约束的可行方向内点算法推广至求解更一般的非线性二阶锥规划问题, 并分析了方法的可行性和全局收敛性. 对随机产生的模型问题和动力下降制导问题的数值测试展示了所提方法相比于已有非线性规划和非线性二阶锥规划算法在求解速度、解的质量和稳定性几个方面的优势.

对于 AGV 道口分布问题, 我们将其转化为多商品设施选址模型, 并利用整数规划求解器进行求解. 为了更快得到高质量可行解, 本文提出了紧问题启发式方法和结合邻域搜索的改进方法, 并说明了两种启发式方法可应用于任何可行的实例. 数值实验的结果表明紧问题启发式可以大大提升整数规划求解器求解部分问题的效率. 对于紧问题启发式效果不佳的情形, 结合邻域搜索的改进启发式方法也可以快速获得问题的高质量可行解.

关键词 热油管道问题, 动力下降制导问题, AGV 道口分布问题, 设施选址问题, 分支定界方法, 序列凸化, 非线性二阶锥规划, 内点法, 启发式方法