等离子体物理中保结构算法的设计与分析

史言言

摘要

在等离子体物理中，有很多重要的数学模型，对其进行算法构造和数值分析是当今的一个研究热点，近年来吸引了越来越多学者的关注．由于等离子体物理模型的多尺度效应，为了长时间准确地模拟等离子体的运动，需构造高效且具有长时间稳定性的数值方法．本论文主要研究了等离子体物理中的单粒子模型、强磁场模型和 Vlasov–Poisson–Fokker–Planck (VPFP) 方程的几何结构，构造了相应的保结构算法，并分析了算法的收敛性和长时间动力学行为．

对于单粒子模型，基于系统的典则辛结构，通过构造步长函数设计了变步长辛算法，并模拟了 Penning 阱中的单粒子以及托卡马克装置中逃逸电子的动力学行为．在模拟带电粒子运动时，步长函数的引入可以实现在每个回旋周期内均匀选取离散点，这既保证了算法的精确性又大大地提高了计算效率．数值实验展示了在各种形式的电磁场下，所构造的算法均具有长时间的稳定性以及高效性．

强磁场下的单粒子模型本质上是一个高振荡哈密顿系统，但高振荡问题对数值算法步长的限制导致了辛算法的优越性对该类问题已经失效．本论文利用系统的拉格朗日结构构造了带滤子的变分格式．基于 Modulated Fourier 展开方法，证明了新构造的算法在各个时间尺度下均具有令人满意的动力学行为．同时对经典的 Boris 算法和变分算法进行了理论分析，提出了可以通过修正初始速度来克服数值解的高振荡现象的方案．

研究了一类切触动力系统，它可以被看做是哈密顿系统的推广．通过研究切触生成函数理论，构造了相应的保持系统切触结构的数值算法，并应用于对 VPFP 方程时间离散方法的构造．对 VPFP 方程，采用粒子离散方法，则对应的粒子运动方程为一个具有切触结构的随机微分方程．基于分裂方法，构造了具有一阶和二阶弱收敛精度的两种随机切触算法，并模拟了等离子物理中一些常见的不稳定性现象，数值实验结果验证了算法的准确性和长时间稳定性．

关键词：单粒子模型，强磁场，VPFP 方程，变步长辛算法，Modulated Fourier 展开，滤子变分格式，切触动力系统，生成函数，切触算法