随机约束哈密顿系统的辛方法

王欣

随机约束哈密顿系统作为哈密顿系统的一类推广，能够更加准确地描述真实的物理问题。由于该类系统具有随机辛结构和解流满足约束条件两方面的性质，对该类系统进行数值模拟，需要使用保约束条件、长时间稳定计算的数值方法。针对随机约束哈密顿系统，我们提出了随机约束辛方法，该方法不仅能够保证解的约束条件，还能保持系统的辛结构。在本硕士论文中，我们提出了约束哈密顿系统的辛算法，构造了随机约束哈密顿系统的辛算法，并研究了随机约束辛算法在球型晶体粒子模拟中的应用。

本论文主要研究了以下两部分内容：第一部分，针对约束哈密顿系统，构造了高阶的分块Runge-Kutta 型的数值算法，该方法能够保持系统在约束流形上的辛结构。针对随机约束哈密顿系统，构造了分块Runge-Kutta 型的随机数值方法，分析了该方法，并提出了它满足辛性质、约束和强收敛阶的条件。以随机约束一阶辛方法、随机RATTLE 方法和随机约束Lobatto IIIA-IIIB 方法作为算例，数值验证了三种方法的强收敛阶。第二部分，应用上述三种数值方法模拟了球面上带电粒子的运动轨迹，分析了数值方法对相关物理守恒量的保持情况。

关键词：随机约束哈密顿系统，约束辛方法，分块 Runge-Kutta 型的随机辛方法，球面上的 Langevin 方程，强收敛阶