等离子体物理中若干模型的结构与算法

李英哲

摘要

等离子体物理中有大量的数学模型，例如 Vlasov 方程及其变种，磁流体方程等等. 由于这些模型的多尺度性质，构造具有长时间的稳定性和精确性的数值格式具有重要意义. 本文的主要创新点是对一些数学模型发现了几何结构并构造了保结构算法. 首先，通过使用哈密顿量分裂方法，我们构造 Vlasov-Maxwell 方程的保Poisson结构的算法. 我们观察到每个子系统中分布函数的求解可以通过若干一维平移来实现，这大大减少了计算量提高了计算效率. 第二，我们对激光等离子体方程提出了一个 Poisson 括号，基于此结构通过使用哈密顿量分裂、守恒型分裂方法以及合适的空间离散，我们证明了全离散格式有离散电荷守恒律并满足系统中的约束. 然后我们对一个退化的 Spin Vlasov-Maxwell 系统使用粒子方法和有限元外微分方法分别离散分布函数和电磁场，得到了一个有限维 的哈密顿系统. 通过使用哈密顿量分裂方法，构造了全离散的保 Poisson 结构的算法. 第四，通过将方程分裂为二次部分和非二次部分，我们应用精确分裂于三类经典的方程，通过与已有算法进行比较，验证了其精确性和高效性. 最后我们对四维激光等离子体方程、导心系统、混合模型提出了 Poisson 括号，对向量形式的 Spin Vlasov-Maxwell 系统提出了一个反对称的括号结构，并由此构造了高效的分裂算法.

关键词：Vlasov 方程，Poisson 括号，薛定谔方程， 哈密顿量分裂