# 时间发展方程的高效数值方法研究

旷雄

## 摘 要

时间发展方程广泛出现在科学与工程计算领域, 其高效数值方法研究具有重要的实际需求及理论意义. 本文围绕时间发展方程的高效数值方法展开研究.

我们首先研究了时间发展方程的 POD 方法. 基于两网格思想, 我们设计了时间发展方程 POD 离散的后验误差指示子, 提出了两网格自适应 POD 方法. 数值结果验证了误差指示子的有效性, 同时表明两网格自适应 POD 方法比现有的 POD 方法的计算效率更高.

其次, 针对多初值或含参数的时间发展方程, 我们提出了参数依赖问题的两网格自适应 POD 方法. 该方法避免了对不同初值或参数重复计算的问题, 数值结果验证了方法的可靠性及有效性. 进一步, 我们将时间步长自适应方法与两网格自适应 POD 方法相结合, 提出了一种时空自适应 POD 方法, 进一步提高了求解效率.

最后, 为放宽对时间步长的限制, 我们采用神经网络方法来离散时间发展方程, 数值结果显示基于神经网络的时间离散方法能够以更短的时间得到和传统离散方法相近甚至更高精度的解, 且长时间数值稳定性要优于传统离散方法. 基于神经网络的时间离散方法在超长时间模拟问题, 如宇宙长时间演化等, 有很好的潜力.

**关键字**: 时间发展方程, 自适应 POD 方法, 两网格, 后验误差指示子, 神经网络