两类整数规划问题的高效算法与理论

陈亮

摘 要

整数规划问题在工业生产、物流运输、金融投资、国防安全等领域中有着广泛且重要的应用, 众多学者对其理论与计算都非常关注. 覆盖问题和网络设计问题是两类经典的整数规划问题. 本文从算法与理论方面研究最大覆盖与部分集合覆盖选址问题的预处理方法和不可分有容量限制的网络设计问题的精确分离算法.

对于最大覆盖与部分集合覆盖选址问题, 我们研究了共五种预处理方法. 证明了在一定条件下, 使用一种聚合方法后, 客户数被设施数的某个多项式函数所限制, 从而对于客户远大于设施数的情况, 该方法能够显著降低问题规模. 此外我们设计了哈希算法以快速地实施该聚合方法. 我们还提出了一种非零元消去方法的变形和一种节点的预处理方法. 数值实验表明, 使用这些预处理方法后, 能够求解客户数达上百亿的问题.

对于不可分有容量限制的网络设计问题, 我们研究了其割平面方法. 将不可分流边集多面体作为子结构, 通过求解分离问题生成割平面. 精确分离算法用于求解该多面体的分离问题使得构造的有效不等式是刻面定义的不等式. 为了减轻计算负担, 在某些特殊情况下, 我们可以直接给出分离问题的显式解. 此外, 我们提出了一种新的加速精确分离过程的技巧, 大大减少了算法的迭代次数. 最后, 对不可分有容量限制的网络设计问题的进行了测试, 结果表明使用精确分离算法后, 求解时间和节点数均有明显降低.

在精确分离算法中, 序列升维起到了增强割平面效果的作用. 我们将基于占优表结构的动态规划方法应用于序列升维过程, 研究了纯整数背包约束中针对 0-1 变量、无界整数变量、有界整数变量的升维过程. 数值实验表明相比于经典的动态规划表, 该方法大大加速了序列升维过程, 并且背包约束的右端项越大, 加速效果越明显.

关键字: 覆盖问题, 预处理方法, 网络设计问题, 精确分离算法, 序列升维