Carleman估计在波动方程反问题中的应用研究

赵中流

波动方程反问题在工程实践中有许多重要应用，例如在地震勘探中，根据地面观测数据反演或估计地下介质参数，进而为油气开采等提供指导. 因此深入研究这类问题在理论和应用上都非常重要. 本文将从理论上探讨参数反演或估计的稳定性问题. 本文将采用Carleman 估计来研究波动方程反问题的稳定性和收敛性. 具体地，我们将研究三类方程.

第一类是带粘性项的标量波动方程. 在反问题的数值计算中，我们需要先把连续问题离散化，再根据相关算法编程计算，因此分析离散格式的收敛性是一个很自然的问题. 在分析中，我们保持时间变量连续，将空间变量用有限差分法离散，得到一个半离散的波动方程，然后应用Lax等价定理证明半离散反问题的解收敛到连续反问题的解. 为了分析半离散反问题的稳定性，建立了半离散方程的Carleman估计.

第二类是带混合边界条件的三维弹性波方程. 在实际应用中，常常既考虑位移边界条件，也考虑应力边界条件，所以研究带混合边界条件的弹性波方程的反问题是十分有意义的，也更困难. 由于在边界上对带应力边界条件的部分将出现Rayleigh面波，为此，在建立方程的Carleman估计时，还要控制面波的能量. 进一步，基于所建立的Carleman估计，发展了一些新的技术，研究得到了弹性系数和密度反演问题的稳定性.

第三类是三维Voigt粘弹性波动方程. 由于粘弹性介质比弹性介质更接近于实际的介质，因此研究粘弹性方程的系数反演问题是有意义的. 我们首先建立粘弹方程的Carleman估计，然后借助所建立的Carleman估计得到了该方程系数反演的对数稳定性，我们的观测数据可以只来自于很小的一部分边界.

关键词：波动方程，Carleman估计，系数反问题，稳定性，收敛性