半空间中的弹性波反散射问题

周世奇

摘要

本文主要研究了半空间时谐弹性波反散射问题的逆时偏移算法及其数学理论分析. 近几十年来，该问题在多种学科领域内受到广泛关注，其中包括无损探测领域，医学领域以及地震波勘探领域. 一方面，传统的地震波数据处理都是基于声波方程的，而弹性介质中允许存在横波和纵波. 此外，半空间自由边界条件的存在导致出现了只沿着半空间表面传播的 Rayleigh 表面波. 另一方面，从反问题的角度看，散射问题的逆算子具有高度的不适定性及非线性性. 因此，上述所有的困难都给本文的研究带来挑战. 本文的研究涉及以下两大方面：

- 利用关于变量 x_1 的 Fourier 变换得到新的易于渐近分析的 Neumann Green 函数及 Dirichlet Green 函数的表达式. 通过推广传统的用于分析振荡积分的 Van der Corput 引理，我们推导出在特定区域的 Green 函数的渐近行为. 针对半空间弹性波正散射问题，我们利用经典的极限吸收原理来定义所谓的散射解，并且利用该理论证明了解的适定性. 当嵌入在半空间中的障碍物远离半空间表面边界时，我们描述了半空间散射问题与相应的全空间散射问题两者之间散射解的差距.
- 针对半空间扩展障碍物重构问题，我们提出了一种基于逆时偏移思想的直接成像法，该算法仅需要利用半空间表面上有限孔径内接收到的单频弹性波数据. 我们根据半空间表面上接收数据的孔径大小与嵌入在半空间的障碍物的深度证明了该障碍物重构算法的分辨率. 在分辨率分析中利用点扩散函数的性质，并说明了互相关成像函数的虚部总是在障碍物的上边界上达到峰值. 我们用大量的数值实验印证了该直接成像法的有效性和鲁棒性.

关键词： 半空间, 弹性波方程, 反散射问题, 逆时偏移