离散的不变曲线流, 正交多项式和可积系统

王宝

本文主要研究离散的不变曲线流, 正交多项式和可积系统之间的关系。我们从正交多项式出发构造了不同几何背景下的离散活动标架，曲线流和不变量，以及它们的行列式解。此外，我们进一步研究了离散曲线的 q 形变和正交多项式的关系。最后，我们考虑了广义向量场相对不变量的概念及其应用。

具体工作如下：

1、首先，我们从正交多项式出发构造了不同维度中心仿射空间中的不变曲线流及其行列式解。其中 2 维情形对应的是标准的正交多项式和对称正交多项式，相关的可积系统是 Toda 和 Volterra 方程。而一般 n 维情形对应的是 hungry 类型的正交多项式以及 Itoh-Narita-Bogoyavlensky 链。

2、我们考虑了拟欧氏平面上的离散曲线流，对应的是在圆上的正交多项式和离散的 mKdV 方程。

3、我们研究了 hungry 类型正交多项式的 q-形变，并得到了 q 类型的 Lotka-Volterra 系统。然后，我们构造了 3 维欧氏空间中不变的 q-形变的离散曲线及其行列式解。

4、我们定义了广义向量场相对不变量的递推算子，并给出了判别准则。然后引入了广义向量场离散延拓的概念，并将其应用于 Bäcklund 变换。最后，我们用拟微分算子去描述这个理论。

5、最后，我们考虑了活动标架和条件对称在微分方程数值方法中的应用。对于一类拥有条件对称的非线性扩散方程，我们构造了它们保条件对称的差分格式。

关键词：正交多项式，离散的活动标架，可积系统，广义向量场，相对不变量。