带边界曲面上的偏微分方程的数值方法

曲晓昆

摘要

曲面偏微分方程在物理和生物领域中具有广泛的应用。为了模拟相关的物理和生物过程，我们需要发展求解曲面上偏微分方程的数值方法。

Trace 有限元方法是求解曲面偏微分方程的一种数值解法，具有易于处理拓扑变化曲面，易于多物理耦合及理论分析等特点，所以引起了很多研究者的兴趣。目前的 Trace 有限元方法主要针对封闭曲面，而有些实际应用问题则需要处理带有边界的曲面上的偏微分方程，因此本文研究带边界曲面上的偏微分方程的 Trace 有限元方法。由于 Nitsche 方法无需强制有限元空间中的边界条件，因此本文借鉴传统 Nitsche 方法的思想，发展了求解带边界曲面上偏微分方程的 Trace 有限元方法。通过添加跳量的稳定化因子，我们理论证明了发展的 Trace 有限元方法的相容性、稳定性，同时证明了该方法在能量范数和 L^2 范数下都达到了最优的误差收敛阶。最后，我们通过数值算例验证了上述理论分析的结果。

关键词：曲面偏微分方程，Trace 有限元方法，Nitsche 方法，Laplace-Beltrami 算子