# 两层介质电磁波散射的笛卡尔 PML 方法

段晓琦

## 摘 要

本文研究了两层介质电磁散射问题的完美匹配层方法和有限元方法。外散射问题是计算数学的重要研究课题，在雷达探测、地址勘探和医学成像等领域有广泛的应用。外散射问题数值求解的重要一步是将散射波传播的无界区域截断成有界区域，并在截断边界处施加高精度的近似边界条件。对于均匀的背景介质，这方面的研究文献已经非常丰富，发展了吸收边界条件(ABC)、透射边界条件(TBC)、完美匹配层(PML)、边界积分方程方法以及边界元和有限元耦合方法等。而对于分层的背景介质，散射问题的近似截断边界条件和数值分析理论非常少。本文的主要研究内容如下:

1、针对两层介质中的三维电磁散射问题，利用立方体对外散射区域进行截断，提出了截断边界上的 Dirichlet-to-Neumann(DtN)算子和有界区域上的变分问题。证明了变分问题的适定性和双线性型的 inf-sup 条件。这为证明 PML 方法的稳定性和指数收敛性建立了基础。

2、提出了两层介质电磁散射问题的笛卡尔完美匹配层(Cartesian PML)方法，证明了 PML 近似问题的适定性和弱变分问题双线性形式的 inf-sup 条件。当 PML 材料的波吸收系数增大或 PML 层的厚度增大时，PML 问题的近似解指数收敛于原散射问题的精确解。

3、提出了有界区域上 PML 问题的 Nedelec 棱有限元逼近，证明了有限元解和散射问题精确解之间的最优误差估计。用大量算例验证了 PML 方法的有效性和有限元方法的最优收敛性。

**关键词**:磁热耦合问题，涡流问题，磁流体动力学方程组，约束输运，磁向量势，混合有限元方法，块预处理