不可分哈密顿系统显式辛算法的构造及应用

屠冉

摘要

哈密顿系统是动力系统中的一个重要的分支，一切真实的、耗散可忽略不计的物理过程都可以表示成哈密顿系统。由于哈密顿系统自身的结构特点，保结构算法相比于一般数值格式具有长时间计算的优势，本文中主要研究的是保结构算法中的辛算法。哈密顿系统分为可分系统和不可分系统两种，对于可分系统比较容易构造显式辛格式，然而对于一般的不可分系统，构造显式辛格式一直非常困难。在实际研究中，描述物理过程的绝大多数系统是不可分哈密顿系统，维数较高，且需要用计算效率高、长时间稳定的格式进行数值模拟，隐式格式虽然稳定，但是计算量比较大，并不适合长时间的数值计算。

本硕士论文中主要讨论了一种基于升维的方式对一般不可分哈密顿系统构造显式辛格式的算法，对已有的方法做出了一些改进和优化，并将数值格式应用于实际物理问题中进行数值模拟。

本文的研究内容主要分为两个部分。第一部分，介绍了如何对一般不可分哈密顿系统构造显式辛格式。在保持和原系统同解的前提下将系统升维，对新的哈密顿系统构造分裂方法，使得每个子系统都可以精确求解，进而组合得到显式辛格式。但是这样得到的格式在实际计算中随着时间增长会出现数值不稳定的现象，因此需要对格式做一些改进，在分裂格式中加入混合映射或者在哈密顿量中加入约束项都可以解决数值不稳定的问题，此外在约束项中引入新的参数和调整分裂组合的方式都可以进一步减小格式的误差。
第二部分，将第一部分中构造的数值格式应用于求解 Lorentz 力系统和双星系统。在这两个算例中，考察了显式辛格式的数值误差，格式的收敛阶以及对能量、动量这类守恒量保持的情况。此外对分别加入混合映射和约束项构造出的两种格式在实际计算中的效果进行比较，并且分析了约束项中参数的选取对数值结果的影响。

关键词：不可分哈密顿系统，显式辛格式，约束项，Lorentz 力系统，双星系统