等离子体中的多尺度模型与算法

焦猛江

摘 要

等离子体在空间科学、天体物理、受控核聚变和材料科学等领域有着广泛应用，动理学是等离子体的重要描述方法，研究基于动理学的 Vlasov 方程具有重要的学术价值和应用背景。

本论文主要研究三维有界区域上具有周期间断系数 Vlasov-Poisson 系统和 Vlasov-Maxwell 系统，发展了均匀化和多尺度渐近分析方法，得到收敛性结果并给出数值试验。

首先我们讨论 Vlasov 方程的数值方法，提出混合有限差分方法和基于 Semi-Lagrangian 的分片抛物型方法（PPM）。采用高性能并行计算的技术，实现一维至三维的数值算例，验证了方法的有效性、可扩展性以及保持宏观物理量的守恒性。

其次我们研究三维有界区域上具有周期间断系数的 Vlasov-Poisson 系统，Vlasov 方程采用混合有限差分方法，Poisson 方程采用自适应有限元方法，结合多尺度渐近展开技术发展了均匀化和多尺度算法；在一定假设条件下，给出收敛性结果，数值试验表明多尺度方法有效性和必要性。

接下来我们针对三维有界区域上具有周期间断系数的 Vlasov-Maxwell 系统，发展了均匀化和多尺度渐近分析方法，并且在一定假设条件下，给出了收敛性结果。我们采用 Strang 分裂法和 PPM 方法计算 Vlasov 方程，采用含完全匹配层（PML）的时域有限元方法求解 Maxwell 方程组，再利用多尺度渐近展开方法实现 Vlasov-Maxwell 系统的多尺度计算，最后通过数值结果验证多尺度方法的有效性。

最后介绍了关于 Vlasov-Maxwell 系统和磁流体力学(MHD)方程组的跨尺度耦合的一些初步想法。

关键词： Vlasov-Poisson 系统，Vlasov-Maxwell 系统，分片抛物型方法，多尺度方法，均匀化，时域有限元方法