若干最优化问题的理论与算法研究

顾然

摘要

最优化问题广泛见于经济计划，工程设计，生产管理，交通运输，国防等重要领域. 近年来，最优化问题的规模越来越大，因而研究高效的优化问题的计算方法具有重要意义. 本文研究三类最优化问题，分别是线性不等式约束的非线性规划问题，半正定规划问题和二次约束二次规划问题.

在第二章中，我们提出了一个一阶部分仿射尺度变换方法，并将其应用于线性不等式约束的非线性规划问题. 该方法受积极集方法的思想启发，在每一步的迭代公式中，只考虑一部分约束，以减少计算量. 我们证明了在适当的假设下，该改进方法具有全局收敛性和在目标函数为二次时次线性的收敛速度. 通过数值实验，可以看出改进的方法与原来的方法相比，大大降低了计算时间. 而且，该方法在与 MATLAB 的优化软件包"fmincon"的比较中，也表现出它的优势.

在第三章中，我们提出了一个求解半正定规划的积极集方法. 利用半正定矩阵可拆分成若干个秩-1 矩阵之和，我们在每步迭代时，考虑在选定的积极集上的子问题. 由于子问题变为线性规划，求解相对容易. 对于子问题的线性规划，我们用线性化的交替方向乘子方法求解，并结合了 BB 步长的技巧. 在数值实验中，我们的方法表现出很好的计算效果.

在第四章中，我们提出了一个求解二次约束二次规划问题的半正定罚方法. 基于半正定松弛的思想，我们将向量空间的问题提升到矩阵空间. 从而避开了可行域非凸，不连续等不好的性质. 我们在矩阵空间中找到了原问题的等价形式，并构造出精确罚函数. 求解罚函数时，我们提出了一个邻近点算法，并证明了它的收敛性. 对于罚因子的更新，我们应用了拉格朗日松弛方法的技巧. 我们将算法与半正定松弛方法做了数值比较，我们的算法具有很强的求解全局最优解的能力.

关键词: 仿射尺度; 积极集; 半正定; 二次约束二次规划