# 求解两类复杂问题的间断有限元方法

赵 林

## 摘 要

本文研究求解两类复杂问题的间断有限元方法，主要内容如下:

1. 二维三温热传导方程的间断有限元方法. 针对惯性约束核聚变问题中的二维三温热传导方程，本文研究了间断有限元的离散方法. 首先，本文推导了间断有限元方法的离散变分形式，并证明了该离散变分问题的解的存在唯一性. 然后，本文重点研究了离散系统的求解器. 本文从理论上证明了由光子、电子和离子耦合的系统是可以解耦的; 不考虑光子和电子、光子和离子之间的耦合关系，本文分别构造了重叠和非重叠的两层加性 Schwarz 预条件子. 最后，本文做了大量的数值实验，通过取不同的边界条件、设置不同的迭代参数，从多方面验证了算法的有效性.

2. 非均匀介质中 Helmholtz 方程的间断有限元方法. 如何求解大波数的 Helmholtz 方程是科学工程计算领域的一个研究热点. 众所周知，平面波方法是求解 Helmholtz 方程的高效算法，但它具有局限性，只能用来直接求解波数为常数的齐次 Helmholtz 方程. 本文把平面波方法推广到求解波数为一般函数(即非均匀介质)的非齐次 Helmholtz 方程. 算法的基本思想是结合平面波方法和传统的 DG 方法来求解方程，即用 PWDG 方法求解波数在每个单元上为常数的齐次 Helmholtz 方程，用高阶元的 DG 方法求解一系列的局部 Helmholtz 方程. 本文通过丰富的数值算例，验证了算法的有效性.

**关键词**：二维三温热传导方程, Helmholtz 方程，平面波方法, PWDG 方法, DG 方法，区域分解预条件子