具有复杂边界条件 Helmholtz 方程的平面波方法研究

张海洋

摘要

众所周知，Helmholtz 方程是模拟声波散射问题的基本模型．研究求解大波数 Helmholtz 方程的高效数值算法，是当今科学工程计算领域中的一个重要课题.

本论文主要研究了具有复杂边界条件 Helmholtz 方程的平面波离散化方法，以及求解其相应离散系统的区域分解方法．主要工作包括以下几个方面:

(1) 对有界区域上具有混合边界条件的 Helmholtz 方程，首次研究了相应的平面波间断有限元方法和平面波最小二乘方法，并导出了相应的误差估计．与其它离散化方法相比，平面波方法的误差受到波数的污染更小.

(2) 对无界区域上的 Helmholtz 方程，将完全匹配层方法和平面波最小二乘方法结合起来，提出了耦合的完全匹配层-平面波最小二乘方法.

(3) 对由平面波方法离散 Helmholtz 方程所得到的代数系统，提出了“界面区域”的思想，并首次构造了一类新颖的子结构区域分解预条件子．该方法关于波数有着相对稳定的收敛率，即随着波数的增加和网格的加密，迭代次数增加得非常缓慢．因此，该方法对大波数的情形是有效的.

（4）对于以上各类模型，做了大量的数值试验，数值结果验证了所得方法的有效性.

关键词： Helmholtz 方程，大波数，平面波方法，误差估计，完全匹配层，区域分解方法，界面区域.