含时 Maxwell 方程组的多尺度计算与分析

李克奇

摘要

时域电磁学是当今电磁学领域十分活跃并正在蓬勃发展中的一个前沿分支，它的主要研究对象是瞬变或非时谐电磁场的辐射、传输、散射和透入等问题的分析、算法及其特点和规律。复合材料等非均质材料和结构在航空、航天、电工电气工程、光电子器件等许多方面有重要的应用，研究非均质材料和结构上时域电磁学正问题和反问题，无论是理论上或工程应用上均有十分重要的意义。由于材料分布和几何结构的复杂性以及多尺度特性，设计和发展适合时域电磁场计算的高精度稳定的算法是一个富有挑战性的研究课题。本文针对三维复合材料周期结构时域电磁学问题，分别研究了有界区域和无界区域上含时 Maxwell 方程组的多尺度模型与算法。

本文第三章，针对三维复合材料周期结构有界区域上含时 Maxwell 方程组，发展了多尺度算法，并给出了严格的收敛性分析。研究这一问题的本质困难在于:1)复合材料周期结构上的含时 Maxwell 方程组，数学上转化为具有周期间断系数的 Maxwell 方程组，解的正则性接近 $H^s, \mathrm{s} \to 0$，收敛性分析十分困难；2)由于系数局部剧烈振荡，采用有限元方法或有限差分方法进行数值求解时，为了保证数值解的精度和稳定性，势必要求剖分网格细密，一般因规模太大而难以实现。本章假设介电“常数”和磁导率均是周期间断函数时，分别提出了电场和磁场的一阶和二阶多尺度渐近展开式，并得到了一阶和二阶多尺度渐近解 $\varepsilon^{1/2}$ 的收敛性。这是到目前为止最好的收敛结果之一；基于上述理论结果，发展了 FDTD-FEM 耦合算法；数值结果验证了多尺度方法的有效性，同时也说明了二阶校正的必要性。

本文第四章讨论了散射体是复合材料周期结构的电磁散射问题，提出了求解这一问题的一阶多尺度渐近解等初步结果。其基本思想是:首先采用完全匹配层(PML)方法对无界区域进行截断，将无界区域截断为有界区域，在复合材料散射体内部采用一阶多尺度渐近解，在散射体外部采用均匀化解。数值实验表明:一阶多尺度方法是有效的。

关键词: 含时 Maxwell 方程组，复合材料，均匀化方法，多尺度渐近展开式，有限元方法，时域有限差分方法，电磁散射，完全匹配层。