求解特征值问题高效算法的一些研究

韩晓乐

摘要

本文基于多重校正的思想，研究了求解特征值问题的高效数值算法。主要的思路是将求解边值问题的多重网格方法和区域分解方法等推广到求解特征值问题上去。沿着多重校正方法的思路，作为后续研究，我们考虑了求解特征值问题的瀑布型多重网格方法，局部并行多重校正方法及代数多重网格方法，也考虑了新算法在非线性问题上的应用。主要是将瀑布型多重网格方法与 Bose-Einstein 凝聚(BEC)基态问题相结合。

求解特征值问题的瀑布型多重网格方法的主要思想是将最细层网格上特征值问题的求解转化为对一系列中间层网格上边值问题的光滑及最粗层网格上特征值问题的求解。通过适当地控制多重层次网格之间的结构和适当选取不同的迭代步数，可以做到用最优的计算量 O(N) 来得到最优的收敛阶。而局部并行多重校正方法则在新的局部先验估计的基础上考虑了求解特征值问题的并行算法，这为求解实际应用中的大规模特征值问题提供了一个很好的思路和准备。我们也考虑了从代数的角度来实现多重校正的思想，与求解边值问题的代数多重网格方法类似，也需要单纯从矩阵出发形成类似的“多重网格”结构，然后再按照之前的办法实现多重校正算法，数值结果表明这样做是非常有效的。瀑布型多重网格方法在 BEC 问题上的成功应用初步说明我们这一套办法在解决实际问题时是有潜力的。

关键词：多重校正有限元方法，特征值问题，瀑布型多重网格方法，局部并行技术，BEC 基态问题。