1-比特压缩感知中的理论建模与重构算法

宫达

摘要

压缩感知理论是近年来信号处理领域热门的研究方向，其中，1-比特压缩感知是压缩感知的一个重要的研究分支。本文首先简要介绍压缩感知理论的基本知识，主要包括信号的稀疏表示，确定性观测矩阵的构造以及重构算法的设计和理论分析。然后着重介绍本文的三个主要工作：基于部分循环矩阵的 Johnson-Lindenstrauss 变换，带框架的 1-比特压缩感知模型的理论分析，1-比特压缩感知贪婪算法的设计和数值仿真。

首先，本文利用 Golay 序列生成了一个确定性的部分循环矩阵。通过对该矩阵添加随机扰动，构造了一个 Johnson-Lindenstrauss 变换。理论分析表明，本文构造的 Johnson-Lindenstrauss 变换的尺寸为 $m \sim \mathcal{O}(\epsilon^{-2}\log^2 p)$，该量级与已知的 Johnson-Lindenstrauss 变换的最优量级 $m \sim \mathcal{O}(\epsilon^{-2}\log p)$ 近似。值得指出的是，本文构造的 Johnson-Lindenstrauss 矩阵的随机因子的个数相比传统的 Johnson-Lindenstrauss 矩阵的随机因子的个数更少，因而更加实用。

其次，文章首次对基于冗余框架下的 1-比特压缩感知问题进行了建模并对模型进行了完整的理论分析。理论分析表明，要保证模型稳定所需的观测次数为 $m \sim \mathcal{O}(s\log(2N/s))$，该量级与经典压缩感知的观测次数最优量级是相同的。值得指出的是，本文的证明手法与前人关于 1-比特压缩感知模型的证明手法有本质的不同。利用本文的证明技巧，可以改进 1-比特压缩感知现有的结果。

最后，针对 1-比特压缩感知模型的特殊结构，本文设计了新的贪婪算法 STrMP 和 STrMP-l_1，理论分析保证了算法的有效性，值得一提的是，STrMP 和 STrMP-l_1 算法的子问题是一个无约束的凸规划问题。文章从各个方面将 STrMP 和 STrMP-l_1 与现有算法进行了比较，具体包括：信号的信噪比（SNR），重构信号与原始信号支集和符号间的误差，算法的抗噪声能力以及算法的执行速度。数值仿真表明本文提出的算法是快速有效的。

关键词: 1-比特；压缩感知；RIP；框架；贪婪算法；Johnson-Lindenstrauss 变换