求解Helmholtz方程和Maxwell方程组的平面波最小二乘方法

袁龙

摘要

众所周知，工程应用问题，比如声波传输、电磁波传输，都可以用Helmholtz方程或Maxwell方程组来描述。研究求解Helmholtz方程和Maxwell方程组的高效数值算法是一个重要的课题。

本论文主要研究求解Helmholtz方程和Maxwell方程组的平面波最小二乘方法和求解相应离散系统的快速算法，主要包括以下三个方面的工作：

首先，针对UWVF方法，构造了其离散系统的区域分解预条件子。数值结果验证了该预条件子在2维和3维情形下都是有效的。

其次，提出了求解Helmholtz方程和Maxwell方程组的平面波最小二乘方法，方法的优点是对实波数和复波数情形是一致有效的。具体内容包括：

（1）针对有界区域情形证明了逼近解的误差估计，该误差不受p污染；

（2）构造了求解非齐次方程的有限元-平面波算法并证明了逼近解的误差估计；

（3）与完全匹配层结合，将新方法推广到求解无界区域问题；

（4）构造了求解离散系统的区域分解预条件子；

（5）做了大量数值试验验证了理论结果的正确性和算法的高精度。

最后，在JASMIN框架下并行实现了平面波最小二乘方法。数值结果表明本文所构造的 区域分解预条件子对大波数情形是很有效的。