复合介质对流扩散问题的多尺度模型与算法研究

沈礼瑞

摘要

针对复合介质对流扩散问题, 特别是对流占优问题, 发展高精度稳定的算法是一项重要而富有挑战性的研究课题. 本文研究了复合介质对流扩散问题的多尺度模型与算法, 并发展了对流扩散方程的有限体积元方法.

第一部分, 针对对流扩散方程的初边值问题, 提出了有限体积元方法, 得到了全离散格式的误差估计. 数值算例验证了该方法的有效性.

第二部分, 研究了复合介质对流扩散问题的多尺度模型与算法, 传统的多尺度分析需要均匀化解具有较高的正则性, 而对于一般凸角域, 均匀化解较高的正则性假设未必能满足, 这给多尺度方法的收敛性分析带来了本质的困难. 为此, 本文先给出多尺度解的内部估计, 再通过引入边界层方程, 得到了一般凸角域上多尺度解 $\varepsilon^{1/2}$ 阶收敛性估计. 基于上述理论结果, 发展了多尺度有限体积元方法. 数值结果验证了多尺度方法的有效性, 同时也说明了二阶校正的必要性.

第三部分, 针对复合介质对流占优问题, 发展了多尺度算法. 引入扩散小参数 $\delta \le 1$, 给出了均匀化方程和一阶多尺度展开式, 得到了均匀化和一阶多尺度方法的误差估计. 利用一类有限体积方法求解均匀化问题, 数值结果表明均匀化和一阶多尺度方法有较好的逼近性.