Robin型区域分解预条件子

刘勇翔

摘要

在现代科学与工程计算中, 区域分解算法已成为求解微分方程的重要工具. 本文的主要工作是分别对二阶椭圆方程和Helmholtz方程研究了双参数Robin型区域分解算法, 包括算法的收敛性分析, 预处理形式的推导, 以及具体实现. 本文可分为如下三个部分. 第一部分首先给出了有限元方法和傅立叶变换的一些背景知识, 并以二阶椭圆边值问题为模型, 简单介绍了Dirichlet-Neumann, Neumann-Neumann, 和FETI等传统区域分解算法. 最后介绍了CG, GMRES等线性方程组求解方法. 第二部分针对二阶椭圆方程, 给出了基于有限元变分形式的非重叠双参数Robin型区域分解方法的代数系统和对应的预条件子. 该代数系统的待求未知量是交界面上的Robin传输条件. 通过选取合适的参数, 证明了代数系统和预条件子的适定性, 给出了预处理系统的拟最优条件数估计, 并将此结论推广到了间断系数情形. 数值实验表明该理论与实验结果相匹配. 第三部分研究了大波数Helmholtz方程双参数Robin型区域分解算法. 通过选取合适参数, 提出了区域分解算法的迭代格式并以此构造了基于GMRES迭代的预条件子. 在两子区域情形, 利用傅立叶分析, 给出迭代算法收敛性的量化分析, 得到了收敛率与波数和网格尺寸无关的最优结果. 比较了重叠和非重叠情形的差异, 分析了重叠度对收敛率的影响. 数值实验验证了理论分析的正确性, 也说明了该算法的有效性.