涡流问题的子空间校正法和磁流体方程的自适应有限元法

陈新红

摘要

本论文主要包括两部分内容. 第一部分研究了三维电磁场涡流问题的 $\boldsymbol{H}-\psi$ 公式和近似离散问题, 提出了一种求解大型离散问题的子空间校正方法. 第二部分主要研究了不可压磁流体方程的后验误差估计、自适应有限元方法和大规模并行计算.

三维电磁场涡流问题在大型变压器油箱构件的铁损计算和磁通量模拟中具有重要应用, 复杂电磁系统的数值模拟往往需要巨大数目的自由度, 因此大型离散问题的有效求解方法至关重要. 本文第一部分主要研究变压器硅钢迭片内电磁涡流问题的有效求解方法. 针对电磁学涡流问题的 $\boldsymbol{H}-\psi$ 公式, 提出了一种基于 $\boldsymbol{H}(\mathbf{curl},\Omega)$ 空间的 Helmholtz 分解, 并提出了一种子空间校正方法 (SCM), 可以有效求解电磁涡流问题的棱有限元离散问题. 我们以国际计算电磁学会的公开基准问题 Team Benchmark Problem 21^c 为数值算例, 验证了算法 SCM 的有效性, 并取得了和实验数据吻合的计算结果.

磁流体动力学 (MHD) 是研究导电流体在磁场中的动力学. 它在等离子物理、地球物理学和天文学等方面都有广泛应用. 第二部分主要研究三维非线性稳态不可压磁流体 (MHD) 方程的混合有限元方法. 我们对速度场使用 $H^1(\Omega)$ 协调元、对磁场使用 $\boldsymbol{H}(\mathbf{curl},\Omega)$ 协调元进行离散, 证明了离散问题的 inf-sup 条件. 我们推导了残量型后验误差估计, 并证明了后验误差估计子的可靠性和有效性, 提出了自适应有限元算法, 并基于非结构网格编写了不可压 MHD 方程组的三维混合有限元程序, 对高 Hartmann 数的奇性算例做了大量三维并行数值模拟.