复合材料最优控制与结构优化设计中的多尺度模型与算法

刘建军

摘要

本文研究复合材料最优控制问题和结构最优设计问题的多尺度分析与算法. 我们将其分成如下三个主要部分:

第一部分讨论了复合材料稳态温度场的最优控制问题的多尺度分析与算法. 针对这类问题, 我们提出了其多尺度模型, 并首次证明了在有凸约束的情况下多尺度解的收敛阶. 针对凸多边形区域最优控制问题解的正则性较低, 而多尺度展开需要较高正则性这一对矛盾, 我们构造了边界层, 有效地解决了正则性问题, 并证明了在特殊情况下边界层解的收敛阶. 数值算例验证了我们的多尺度的收敛阶, 并且表明了多尺度模型的重要性和高阶多尺度解的必要性.

第二部分我们把如上的稳态温度场最优控制问题的分析方法扩展到复合材料瞬态温度场最优控制问题的多尺度分析, 并证明了在有凸约束情形下, 相应的多尺度解的收敛阶.

第三部分讨论了一类复合材料结构最优设计问题的多尺度模型与算法. 针对这类问题, 我们提出了其均匀化和多尺度模型, 给出了均匀化系数导数的显式表达式, 并证明了两个相关的性质. 最后我们证明了均匀化解和多尺度解的收敛阶. 数值实验表明均匀化模型和高阶多尺度展开是必要的.

关键词： 复合材料, 最优控制, 最优设计, 均匀化, 多尺度分析, 投影梯度法, 先优化后离散, 极小柔度, 算子导数