多孔介质油藏数值模拟的混合有限元方法

刘明

摘要

三相三组分的黑油模型是石油工业很重要的一类非线性方程组。随着科技的发展，越来越多的地质模型和地质统计方法提供了更为精细的网格数据，因此需要新的方法来处理这样的问题。本文将混合有限元方法应用于求解黑油模型，提出了求解该问题的一整套算法。

本文的第一部分研究了稳态单相流问题，给出了求解稳态单相流的问题自适应混合有限元方法。基于拟 Helmholtz 分解，我们推导出了该问题的后验误差估计子，在$\Hdiv$空间自然范数的意义下证明该后验误差误差估计子的可靠性和有效性。通过数值实验表明了该后验误差估计子的有效性。

本文的第二部分提出的非结构网格上求解黑油模型的并行混合有限元方法，相比于商业模拟器广泛应用的有限差分和有限体积方法，我们的方法能够处理更为精细的地质网格。我们推导出了单元上的压力方程，对于抛物型的压力方程，我们使用 Raviart-Thomas 有限元来逼近达西速度，通过构造快速高效的预处理条件子，利用 Uzawa 方法能够有效的求解离散后的鞍点方程组，适合大规模并行计算。

本文的第三部分为黑油模型的算例结果。这些算例证明了我们算法的有效性。对于混合有限元方法导致的鞍点问题，我们在 PHG 平台实现了两个并行高效解法器。通过大规模的数值实验，证明我们的算法具有很好的并行强可扩展性和弱可扩展性。

关键词：黑油模型，混合有限元， 非结构网格，自适应混合有限元，后验误差估计