电磁场问题的建模与计算

江雪

摘要

本论文包括两部分内容，第一部分研究了三维电磁场涡流问题，第二部分则主要集中在无界散射问题的自适应有限元方法。

三维电磁学涡流问题在大型变压器构件的铁损计算和磁通量模拟中具有重要应用。第一部分内容具体包括以下三个工作：

1. 提出了模拟硅钢片内三维涡流分布的新数学模型，该模型去掉了硅钢片的外覆绝缘漆膜，将系统大尺度和小尺度之比从 10^6 减小到 10^3，从而可以直接模拟硅钢片结构的三维涡流分布。针对时变非线性涡流问题，建立了新数学模型解的适定性理论。并且证明，当绝缘漆膜厚度趋于零时，新模型的解强收敛于原问题的精确解。以国际计算电磁学会公开基准问题 TEAM Workshop Problem 21^c-M1 为数值算例，验证了新涡流模型的正确性和有效性。

2. 对多尺度硅钢片材料的三维时变 Maxwell 方程，分别基于磁场和磁矢位提出了宏观均匀化模型。建立了宏观模型的适定性理论，并证明当硅钢片的厚度趋于零时，多尺度 Maxwell 方程的解收敛到宏观模型的解。宏观模型在模拟变压器磁屏蔽结构时非常有效，特别地，宏观磁场公式在每一个时间步将三维多尺度 Maxwell 方程化简为求解两个大尺度上的 Poisson 方程，极大地简化了原问题。

3. 时谐 Maxwell 方程的并行 *hp*-自适应有限元方法。基于非结构四面体网格，研究了三维 Maxwell 方程的并行 *hp*-型后验误差估计和 *hp*-自适应有限元方法。基于残量型的后验误差估计子，提出了两种并行 *hp*-自适应算法，并用大量电磁散射算例 (点奇性、线奇性问题) 和电气工程基准问题 TEAM Workshop Problem 21^a-2 验证了方法的有效性，得到了远优于 *h*-自适应有限元的数值实验结果。

散射问题在雷达声呐、地质勘探、无损探测和医学成像等很多领域中都有广泛应用。第二部分内容具体包括：

1. 对二维声波散射问题，提出了自适应 Dirichlet-to-Neumann (DtN) 有限元方法。基于 DtN 算子，推导了自适应有限元方法的后验误差估计，并提出了一种有效的自适应 DtN 有限元算法。从后验误差估计下降速度和矩阵条件数两方面与自适应完全匹配层 (PML) 方法相比较，数值结果表明自适应 DtN 方法可以达到与自适应 PML 方法相当的计算效率。

2. 对三维 Helmholtz 方程多体散射问题提出了自适应完全匹配层方法，证明了多体散射问题 PML 方法的指数收敛性，建立了自适应有限元方法的后验误差估计。另外还提出了一种块 Gauss-Seidel 迭代方法和自适应 PML 有限元的耦合算法，方法非常有效，计算量与求解多个单散射问题相当。

关键词: 麦克斯韦方程组，非线性涡流问题，散射问题，有限元方法，完全匹配层，Dirichlet-to-Neumann 算子，后验误差分析