若干特殊优化问题以及应用

姜波

摘要

最优化问题广见于国防、经济、金融、工程等诸多领域. 近些年来, 随着社会的进步和经济的快速增长, 越来越多的应用优化问题相继涌现出来. 这对最优化工作者提出了更高的要求, 即不仅要关注理论问题而且要更加关心应用问题的研究. 本文研究的便是几类有着广泛应用背景的特殊优化问题, 它们分别来自于矩阵优化和煤炭科学两个领域.

在第二章, 我们考虑 Stiefel 流形 $\{X \in \mathbb{R}^{n\times p}\colon X^TX = I_p\}$ 上的矩阵优化问题, 其中 I_p 为 p 阶正交矩阵. 通过将每一个可行点分解在给定可行点 X 的值空间和 X^T 的零空间, 我们提出了一类保约束框架. 该框架不仅可以涵盖已有的几种著名保约束格式, 而且还可以导出一种新的、计算代价较低的保约束格式. 基于此格式, 我们设计了可行的 Barzilai-Borwein (BB) 类方法. 为保证该方法的全局收敛性, 我们采用自适应非单调线搜索技巧. 针对最优低秩相关系数矩阵问题、Kohn-Sham 总能量极小化问题和统计中的一类特殊问题, 我们进行了大量的数值实验. 对于最优低秩相关系数矩阵问题, 新方法与 SemiNewton 算法和 PenCorr 算法相比非常有竞争力; 对于 Kohn-Sham 总能量极小化问题, 新方法好于当前常用的 SCF 方法.

在第三章, 我们提出了求解实对称矩阵若干极特征对问题的无约束 β 次模型. 在较弱的条件下, 我们证明了无约束 β 次模型的稳定点只能是全局极小点或者鞍点. 进一步, 我们指出实对称矩阵的若干极特征对可由无约束 β 次模型的全局极小点计算出来. 由于新模型是个无约束优化问题, 很多成熟的无约束算法均可以用来求解它. 我们采用的是结合自适应非单调线搜索的交替 BB 方法. 初步的结果表明我们的模型和方法是非常有前景的.

在第四章, 我们对煤矿井下通风网络的优化控制问题进行了研究. 我们重新将自然分风问题等价地表示为带线性约束的凸规划问题, 并设计了正则化的可行牛顿方法对其求解. 基于上述凸规划问题, 我们将按需分风的可行控制和最优控制问题建模为双层优化问题. 双层优化的上层规划控制对风量的约束和风阻调节能力的范围以及最小化网络调节风阻的成本, 双层优化的下层规划为风阻改变后的自然分风问题. 我们还考虑了网络归约的技巧, 它可以有效地降低问题的规模. 基于风量关于可调阻巷道的风阻调节量的梯度信息, 我们将该双层优化问题等价转化为一个非线性优化问题. 对文献中给出的测试网络和煤炭科学研究总院提供的实际网络的数值结果表明我们的方法是十分有效的.

在第五章, 考虑露天矿卡车实时调度问题, 我们采用的是两阶段策略. 在第一个阶段, 我们改进已有的车流规划模型并讨论其基本性质. 车流规划的解将作为第二个阶段实时调度的全局指导. 在第二个阶段, 首先根据车流规划的解固定部分车辆, 这部分车辆的路线在调度中不会发生变化. 对剩余的车辆, 我们按照启发式策略进行实时调度. 初步的数值仿真表明新策略在某些情况下, 不仅能减少卡车的运输成本, 而且还可以增加露天矿的产量.

关键词: 矩阵优化, 正交约束优化, 特征值, 矿井通风, 露天矿实时调度