确定和随机麦克斯韦方程多辛几何数值算法研究

姬利海

摘要

保结构算法是微分方程数值算法的重要研究方向之一，其目的是构造数值积分子保持连续系统的相应特征。自然界中的许多物理现象可以通过哈密尔顿偏微分方程来描述，它们具有内在的辛结构和多辛结构。辛几何算法和多辛几何算法能够分别保持这两类结构，在长时间数值模拟和保持系统不变量方面具有很大的优势。两类算法的重要应用之一就是数值求解麦克斯韦方程。在此背景下，本文分别研究了确定和随机麦克斯韦方程多辛几何数值算法。

对于确定性的麦克斯韦方程：

1. 基于 Berenger 完全匹配层的思想，分别应用 Yee 格式和多辛龙格-库塔格式数值模拟带有完全匹配层的麦克斯韦方程，理论分析表明，这两种格式能够精确保持原系统能量损耗的性质；

2. 基于算子分裂的思想，对于带有完全匹配层的二维麦克斯韦方程，构造了一种能量损耗的时域有限差分方法。理论分析表明。这种分裂格式是无条件稳定的、满足色散关系、能够保持原系统的能量损耗性质并在时间和空间上有二阶收敛精度，数值实验验证了理论结果。

对于随机麦克斯韦方程：

1. 在 Stratonovich 意义下，基于随机麦克斯韦方程模型，分别从辛几何和变分原理角度出发给出了它的随机多辛结构，并研究了随机麦克斯韦方程的能量守恒性质；

2. 基于三维随机麦克斯韦方程，应用小波配置方法进行数值离散，理论分析表明，时间方向的半离散格式具有均方一阶收敛性。全离散格式能够保持连续系统的多辛性质和能量守恒性质。

关键词：完全匹配层，麦克斯韦方程，多辛龙格-库塔格式，随机多辛，变分原理，小波配置