复合材料与结构热传导问题的多尺度模型与算法研究

翟方曼

摘 要

本文主要研究复合材料与多孔固体材料结构热学问题的多尺度分析与数值算法，内容分为四部分。

本文的第一部分对一类具有快速振荡系数，即系数关于时间变量和空间变量快速变化的抛物方程，提出了具有高精度的多尺度有限元方法，利用有限元后处理技术给出了其严格的误差估计，并对边界层问题的计算给出了一套新的数值算法，用大量的数值算例表明了多尺度有限元方法的有效性和正确性。

本文的第二部分研究了格子结构的热传导问题。格子结构含有两个小参数，这使得格子结构无论是从数值计算还是多尺度理论分析都比通常的只含有一个小参数的孔洞结构要困难。本文对格子结构的热传导问题提出了多尺度方法及相关算法，利用均匀化方法和多尺度渐近方法给出了收敛定理。在多尺度收敛定理的证明中，在处理多尺度渐近解在区域边界上的效应时，与已有理论采用的截断函数法不同，我们对多尺度渐近解在边界上给出了具体的估计，从而对多尺度展开式本身给出了新的误差估计。数值算例表明:在解决格子结构的热问题中，一阶多尺度方法比均匀化方法和二阶多尺度方法具有更高的数值精度。

本文的第三部分研究了具有快速振荡系数的抛物型积分-微分方程的多尺度分析方法。在对这类问题进行多尺度分析时，经典的多尺度分析方法无法处理方程中的积分项。本章将Laplace变换技术和经典的多尺度分析方法相结合，给出了求解具有快速振荡系数抛物型积分-微分方程的多尺度数值算法并给出了相关的收敛定理。本部分方法的核心思想是：先利用Laplace变换将原问题转化为稳态问题，再提出稳态问题的均匀化与多尺度算法，最后借助逆Laplace变换得到原问题的近似解。值得一提的是本文给出的多尺度数值算法适用于并行计算。数值结果表明：我们提出的多尺度算法是有效和可靠的。

本文的第四部分对微尺度传热问题中的一个重要模型即双相延滞型热传导方程，给出了多尺度分析和有限元算法。在讨论高维复合介质双相延滞型热传导方程的多尺度计算中，一个本质困难是：如何处理方程中关于时间变量和空间变量的混合导数。本章将Laplace变换技术和经典的多尺度分析方法相结合，给出了求解复合介质双相延滞型热传导方程的多尺度数值算法并给出了相关的收敛定理。值得一提的是本文给出的多尺度数值算法适用于并行计算。数值试验结果验证了多尺度算法的正确性和有效性。

关键词: 复合材料，均匀化方法，多尺度分析，后处理技术，格子结构，积分-微分方程，延滞型热传导方程，Laplace变换