随机哈密顿系统的辛几何方法与伪辛几何方法研究

牛新艳

摘要

论文主要研究随机哈密顿系统的辛几何方法和伪辛几何方法，并通过数值试验验证了算法的可行性等。

首先，对于随机哈密顿常微分方程，给出伪辛几何方法的定义。基于已有的辛几何方法，分别针对可加噪声和可乘噪声两种噪声项形式，构造了几类完全显式的伪辛格式，给出了方法的均方阶和伪辛阶。通过数值试验，验证了伪辛方法对方程守恒量的保持能力和长时间计算的稳定性。与辛方法相比，伪辛方法作为显式格式，具有计算存储量小，易于实现的优点，而且数值特性与辛方法相似。

其次，对于此类随机哈密顿系统，我们在弱逼近的意义下，给出了弱伪辛几何方法的定义，并构造了针对不同形式的噪声项的弱伪辛方法。弱方法作为Monte Carlo逼近的先决条件，在实际问题的近似求解中有着广泛的应用，但是对于一般形式的哈密顿系统，弱辛方法也多为隐式方法。我们给出的弱伪辛方法却是完全显式的数值方法，这就给实际计算带来很大便利。并且，通过对两类随机振子的数值试验，我们发现，弱伪辛方法在对方程守恒量的保持和长期稳定性方面有较好的表现。

最后，我们主要针对随机非线性薛定谔方程进行了辛几何方法和伪辛几何方法的研究。利用不同的空间离散格式，找到了此类方程的两种标准哈密顿形式，以随机哈密顿常微分方程的辛方法和伪辛方法为基础，构造出对于这类偏微分方程的辛方法和伪辛方法，并从理论上证明了辛格式在可乘噪声情形下保持离散的模方守恒律。通过与一个守恒型格式进行数值比较，分别考察了方法对于孤立波解的演化，模方守恒律和能量变化趋势的数值性态，验证了随机辛方法与伪辛方法的数值优越性。

关键词: 随机哈密顿系统，辛几何方法，伪辛几何方法，显式方法，随机非线性薛定谔方程，系统守恒量