积分方程的一些数值解法及超收敛

黄秋梅

摘　要

现代科学、技术、工程中的大量数学模型都可以用微分方程或积分方程来描述。很多近代自然科学的基本方程本身就是微分方程或积分方程。有限元方法是求解这些方程的一般而又行之有效的方法，而有限元方法中的后处理技术是一种改善数值逼近精度的方法。

本文首先利用配置法求解 Hammerstein 非线性积分方程，通过插值后处理技术，分别得到了光滑核和弱奇异核两种类型的“插值配置解”的超收敛结果，而且其收敛阶与迭代配置解的收敛阶是相同的。但是对于弱奇异核情形，通过计算弱奇异积分来得到迭代配置解，会大大增加求解迭代配置解的计算量；而我们仅仅需要计算一个高次插值多项式，就能得到插值后配置解。相比之下，插值后处理是一个更为行之有效的后处理格式。

接着对 Hammerstein 非线性积分方程，用 Galekin 有限元法来做数值逼近，利用插值后处理技术得到了“插值 Galerkin 解”的超收敛。同样，我们在两种后处理格式和计算量上做了比较。得到了插值后处理技术不仅简单而且有效的结论。进一步完备了插值后处理理论的理论框架。

最后，我们用间断 Galerkin (Discontinuous Galerkin, 简称 DG) 有限元法来求解比例延迟微分方程 (Delay Differential Equations of pantograph type)，证明了 DG 有限元解的存在唯一性，得到了 DG 有限元解及其导数的整体收敛阶以及在节点的超收敛结果。

关键词: Hammerstein，积分方程，配置法， Galerkin 法，插值后处理，迭代后处理，延迟微分方程，比例延迟，间断有限元法，整体收敛，局部节点，超收敛