含时电磁方程的辛计算

赵艳敏

摘　要

在本文中，我们利用辛算法对一些重要的含时电磁方程经矢量的谱元方法离散后的半离散系统，进行了理论分析、求解和数值模拟。主要包括以下三部分内容：

1. 对时域Maxwell方程的几何结构进行了分析。在一定条件下时域Maxwell方程可以表示为无穷维Hamilton 系统，在空间方向对它进行矢量有限元离散后得到一个Poisson系统或带扰动的Poisson系统。该系统隐含辛结构，Poisson格式是其相应的保此辛结构的算法。特别地，我们证明了辛分块的Runge-Kutta方法是该Poisson系统的Poisson格式。

2. 谱元方法是结合有限元方法的区域灵活性和谱方法高精度特点的一种有效的数值方法。适当的矢量谱元方法因其满足电磁场量在介质界面上的连续性条件，而被用来取代传统的节点有限元方法，以期更准确地求解电磁方程。我们利用基于Guass-Latto-Legendre(GLL)多项式的矢量谱元方法在空间上对时域Maxwell方程进行离散，然后对所得半离散方程，在时间方向上用辛的分块的Runge-Kutta方法对它进行全离散。谱元方法和辛算法的特点使我们得到的解精度高、采用的自由度少、存储量小且总体能量随时间增长不耗散。我们给出的数值算例显示了该算法的优势。

3. 含时的矢量波动方程也有无穷维Hamilton表示。我们类似地分析了它的几何结构，并利用GLL矢量谱元方法对它进行了有限维的截断，最后结合辛算法对其进行求解。我们对均匀和非均匀两种情形的矩形腔体内的横电波进行了数值模拟，进一步证实了辛算法的保能量、保结构以及谱元方法的高精度、几何灵活性等特点。

关键词： Hamilton系统，辛算法，Poisson系统，Poisson格式，谱元方法，Maxwell方程，波动方程。