二维散射问题的 hp 自适应方法与三维界面问题的有限元算法研究

肖源明

摘要

本论文包含两部分，前一部分主要讨论二维散射问题的 hp 自适应方法，后一部分则研究了三维间断系数界面问题的有限元算法。

对于二维散射问题，我们的目标是基于 UPML 的截断边界格式设计能实现误差指数下降的 hp 自适应有限元算法，用来对付高频问题。我们借助 hp 插值算子推导出散射问题的后验误差估计子。由于误差指示子与单元尺寸 h 和单元次数 p 都有关，它可以指导我们用 h 方法处理解的奇性的同时用 p 方法高效地提高解的分辨率。我们设计了一套完整的数值策略来求解二维散射问题，并通过数值算例证明了方法是很有竞争力的。

在研究三维界面问题这一部分，我们先就匹配网格证明了椭圆方程和麦克斯韦方程先验误差估计。为了对一般界面设计有效的数值方法，在之后的分析中我们摒弃了网格点必须落在界面上的限制，在网格剖分过程允许单元与界面非平凡地相交，而将因此产生的误差体现在我们所提出的新的后验误差估计子中，这给计算方法的实现带来了许多便利。根据误差估计子我们设计了自适应算法。我们通过大量的数值实验证实了理论分析的鲁棒性 (robust)，不同的算例都得到了渐近最优的网格。

关键词: 自适应有限元，散射问题，hp 方法，UPML 技术，界面问题，间断系数，后验误差估计，非匹配网格，椭圆方程，Maxwell 方程，Helmholtz 方程