复相材料随机结构多尺度统计模型与算法研究

王辛

摘　要

复相材料的热学、力学性能的预测是复相材料及其结构一体化设计的基础。基于均匀化理论的多尺度方法为复相材料的性能评价、优化设计提供了严格的理论依据和高效的算法手段。

周期结构的均匀化理论经历了多年的发展，已经具备了比较完善的理论体系，在实际工程中有许多成功的应用。相对来说，随机均匀化理论和多尺度方法的研究很不成熟，有待于进一步发展和完善。本文的第一部分基于Bourgeat和Piatnitski的工作[?]，对具有统计平稳随机场系数的二阶椭圆问题，证明了其周期逼近模型的一阶渐近近似解的收敛性估计。在此理论工作基础上，我们深入讨论了随机结构椭圆、线弹性力学问题周期逼近模型的多尺度数值算法。利用随机场的谱分解理论和解的改进Neumann展开，随机问题被转换为一系列确定性问题进行求解。结合确定性问题的多尺度渐近分析，提出了求解复相材料连续随机场模型的多尺度方法及相关算法。主要理论结果包括：对右端项与振荡参数ε有关的确定性问题，进行了多尺度分析，给出了具有$\varepsilon^{\frac{1}{2}}$阶的多尺度渐近解；对随机大扰动的情况，构造了随机解的级数展开形式，给出了收敛率的估计。通过数值实例与Monte Carlo方法比较，提出的算法具有理论严谨、计算量小的特点。

多孔材料在航天、机械、建筑、微电子散热部件中有广泛应用。工程上普遍采用孔洞填充技术，即用退化弱相介质代替孔洞结构，然后在无孔区域上预测多孔材料的热、力学性能，并进行结构优化设计。这一过程在物理上是直观的，但多年来一直缺乏一般意义上的严格数学证明。论文的第二部分给出了该方法在一般孔洞区域结构上的严格数学证明。并对II型多孔区域孔洞填充后得到的多相问题提出了统一的多尺度方法，该方法不仅使我们可以在无孔区域上研究多孔问题，而且相关的理论分析表明传统的多孔区域的渐近分析与周期结构的多尺度渐近分析理论在本质上是统一的。该多尺度方法在材料的结构优化设计有重要的应用。数值实验验证了所得理论结果的正确性。