拟周期性复合材料结构的二阶双尺度分析方法

苏芳

摘　要

复合材料具有良好的物理、力学性能，在航空航天、汽车、建筑、兵器、化学、医疗等行业得到了广泛的应用。而复合材料损伤可能诱致结构灾变，给人类社会带来巨大的损失。研究结果表明，非均匀材料损伤是一种跨尺度现象，关于损伤的多尺度数值模拟非常复杂和困难。目前，大都是用均匀化方法来模拟，没有考虑其微观特征，因此有必要引入高阶多尺度有限元方法。本文采用构造性多尺度分析方法，研究了受损周期性复合材料结构的传热和渗流问题、拟周期性复合材料结构的弹性力学行为、周期复合材料结构损伤力学的计算，以及格栅结构对流扩散行为的多尺度分析方法。

本文的第一部分研究了受损周期性复合材料结构的传热和渗流问题，在Cao等提出的均匀化方法的基础上，构造了一种校正二阶双尺度方法及其有限元算法，包括解的二阶双尺度近似表示式和算法过程。用该方法给出的近似解，不仅在均匀化意义下等价于原方程的解，而且在相差ϵ阶的点点意义下也是原方程的解。本文给出了拟周期性复合材料等效参数及与原问题相应的均匀化问题，证明了校正二阶双尺度有限元解作为近似解的逼近阶；在理论分析的基础上，给出了受损周期性复合材料传热和渗流问题的二阶双尺度有限元算法；进行了二阶双尺度有限元计算，得到了复合材料参数取值对材料等效性能影响的定量描述，数值实验的结果验证了二阶双尺度有限元方法具有较高的计算精度和效率，能够捕捉单胞构造的影响。

本文的第二部分研究了拟周期性复合材料结构的弹性力学问题，构造了类似于第一部分的校正二阶双尺度方法及其有限元算法。文中给出了等效弹性力学参数和相应的均匀化问题，证明了校正二阶双尺度解作为近似解的逼近阶。此方法可用来研究周期性复合材料的疲劳损伤过程，该方法改善了均匀化方法丢失的局部效应，特别是对局部应力集中，能有效地捕捉应力的微观特征。

本文最后一部分针对一类对流扩散问题给出了二阶双尺度方法及其有限元算法，该问题属于非自共轭椭圆问题。该方法是在Chen等人提出的均匀化方法的基础上，根据一阶项由两部分组成的情况，为消除干扰对二阶项的两部分引入了两个校正函数。接着证明了这种近似解的收敛性，从数学角度说明了其合理性。最后给出了多尺度有限元算法和数值实验，结果与理论非常吻合。

关键词：周期复合材料，拟周期性微结构，均匀化方法，多尺度分析，非自共轭椭圆问题