复合介质波动方程的多尺度分析和辛几何算法

董巧丽

摘要

本文主要研究周期性复合介质波动方程、弹性波方程的多尺度渐近展开方法、其收敛性和辛几何算法。内容主要分为三大部分。第一部分给出了具有空间快速振荡系数波动方程的多尺度渐近展开方法及其收敛性，讨论了具有时间和空间快速振荡系数情况的形式多尺度展开；第二部分给出了三维复合介质波动方程的多尺度辛几何算法；第三部分研究了具有快速振荡系数弹性波方程的多尺度展开方法及其收敛性。

第一部分讨论了具有快速振荡系数波动方程的多尺度渐近展开方法。在已有的文献中，研究过对波动方程的均匀化和一阶多尺度校正及其误差估计，但没有给出的误差阶。本文对系数只有空间快速振荡而无时间快速振荡的情况，给出了一阶和二阶多尺度展开，并在一定的合理假设条件下首次给出并证明了近似解的收敛阶。对于两类既有时间快速振荡又有空间快速振荡问题，提出了形式多尺度展开式。给出了一些数值算例，数值结果说明了算法的可行性和有效性。

第二部分研究了三维复合介质波动方程的多尺度渐近展开，提出了多尺度辛几何算法，给出了收敛率及其证明，对于内部含有椭球夹杂的三维复合介质波动方程进行了计算，数值试验验证我们的理论。

第三部分研究了具有快速振荡系数弹性波方程的多尺度渐近展开方法，给出了一阶和二阶多尺度渐近展开。在系数满足一定的正则性和几何对称性的假设条件下给出了显式收敛率及其证明。提出了具体的算法步骤和数值试验，试验的结果表明了算法的可行性和有效性。

本文给出了波动方程和弹性波方程的多尺度辛几何算法，首次把多尺度渐近展开方法和辛几何算法结合在一起，利用了多尺度渐近展开方法在计算周期复合介质方面的优势和辛几何算法在保持系统原有结构和长时间计算方面的优势。对于复合介质波动方程和弹性波方程的多尺度分析具有普遍的应用价值，可以有效地用于这类问题的计算。

关键词: 具有快速振荡系数的波动方程，具有快速振荡系数的弹性波方程，多尺度渐近展开式，有限元法，辛几何算法，均匀化。