双线性方法在孤子方程若干问题研究中的应用

虞国富

摘　　要

本论文的研究内容主要有四个部分：可积方程多孤子解的 Pfaff 式表示、寻求孤子方程，特别是非等谱方程的耦合系统、高维可积方程的可积离散化、用符号计算软件 Maple 求可积方程族的贝克隆变换.

求解孤子方程的精确解一直是孤子理论中非常重要的问题．本文应用 Pfaff 式技巧，给出了两个可积微分差分方程 N-孤子解的 Pfaff 式表示，减少了计算强度;应用 Hirota 双线性方法导出了多分量的非对称 Nizhnik-Novikov-Veselov(NNV) 方程，给出了多分量 NNV 方程多孤子解的 Pfaff 式表示，研究了它的贝克隆变换和 Lax 表示.

20 世纪 90 年代早期，Ohta 教授和 Hirota 教授用 Pfaffianization 的方法得到了耦合 KP 方程族，寻求孤子方程的可积耦合系统成为孤子理论研究中的另一个重要课题. 本文应用 faffianization 的方法得到了耦合的(2+1)维 Gardner 方程; 同时，将 Pfaffianization 的方法推广到非等谱情形，得到了非等谱 KP 方程的耦合方程，给出了耦合非等谱 KP 方程的格莱姆型行列式解.

寻找可积方程的可积离散化方程是孤子理论研究中的一个重要方向．Hirota 提出的可积离散化方法是基于所得离散方程规范不变和保持多孤子解的基本思想．受到 Hirota 可积离散化方法的启示，在保证离散系统具有贝克隆变换和 Lax 对的前提下，本文给出了 2 维 Leznov 格方程和 2+1 维 sinh-Gordon 方程的半离散和全离散型可积方程，并且，所得的离散系统保持了原来可积方程解的行列式结构.

贝克隆变换连接了原方程的两个解，可以从原方程的一个平凡解得到非平凡的解，研究可积方程的贝克隆变换一直是可积系统领域的一个重要方向．对于具有双线性形式的低阶方程，应用 Hirota 双线性恒等式，手工计算就可以得到贝克隆变换，但是，对于高阶方程，特别是对一族可积方程，再通过手工计算的方法去寻找贝克隆变换变的非常困难，计算强度大，计算时间长．如何用 Maple 的符号计算功能求一族方程的贝克隆变换是一个新的课题. 本文应用 Maple 的符号处理功能,给出了 Ito 方程族，CDGKS 方程族，Ramani 方程族的贝克隆变换公式.

关键词：双线性方法，Pfaff 式，Lax 对，贝克隆变换，可积离散化