有限元高精度算法在一些积分微分方程和特征值问题中的应用

贾尚晖

摘要

现代科学、技术、工程中的大量数学模型都可以用微分或积分方程来描述, 很多近代自然科学的基本方程本身就是微分或积分方程. 有限元方法是求解这些方程的一个一般而又行之有效的方法. 有限元的外推方法是一种高效的方法, 能够提高计算精度。

本论文首先考虑使用混合有限元来求解一个带有诺埃曼边条件的积分微分方程. 利用插值后处理技术, 给出了积分微分方程混合有限元方法在 L^2 模意义下的超收敛结果, 并提出了两种不同的外推格式, 即两个方向的外推和单方向外推, 且分别对这两种近似解给出了后验误差估计。数值试验说明了方法的有效性。

接着, 我们考虑多孔介质模型的积分微分方程。利用插值后处理技术, 给出了积分微分方程混合有限元方法在 L^∞ 模意义下的超收敛结果, 并提出了两种不同的外推格式, 即两个方向的外推和单方向外推, 且分别对这两种近似解给出了后验误差估计。并且还给出了一个插值残量校正方法, 并把它应用到混合有限元解上, 得到高的收敛阶, 且对这种残量校正近似解给出了后验误差估计。

最后, 我们考虑使用非协调有限元方法来求解重调和特征值问题和 Stokes 特征值问题。我们针对两种具体的非协调有限元 Q_1^{rot} 元和 EQ_1^{rot} 元分析了这些特征值问题, 取得了丰满的误差估计, 并且在对这两种非协调有限元的误差进行渐近展开的基础之上, 得到了特征值的误差展开, 并以此为基础利用外推方法来提高特征值计算的精度。

关键词: 积分微分方程, 重调和特征值问题, Stokes 特征值问题, 混合有限元, 非协调有限元, 插值残量校正, 插值后处理, 渐近展开, 外推, 后验误差估计子