三维无界区域问题的椭球面人工边界方法研究

黄红英

摘要

由冯康先生首创的自然边界归化在各种边界归化中独树一帜，它与有限元、辛几何算法一起构成了冯先生的三大学术贡献．经余德浩教授等人的发展，除了直接的自然边界元法可以用于求解某些特殊区域上的边值问题以外，基于自然边界归化的人工边界法还是处理无界区域及断裂区域问题的有效手段．前人的研究工作在二维、三维领域里取得了许多重要研究成果．在三维问题中人们一般以球面作为人工边界，但对于某些特殊形状的内部区域，例如：雪茄型或扁型区域，用长椭球面或扁椭球面作人工边界，则可大大减小计算区域，从而减少计算量和存储量，可获得更令人满意的结果．

本文研究三维 Poisson 方程外问题和一类非线性问题的基于三种椭球面人工边界的人工边界法．第二章介绍了三种椭球坐标、一些特殊函数、边界上 Sobolev 空间的定义和一些重要定理，这些内容都是以后各章进行理论分析的重要工具．第三、四章讨论了三维 Poisson 方程外问题的基于长椭球面、扁椭球面和一般椭球面人工边界法，给出了三种椭球面外部区域的 Laplace 方程的解的显式表达式和精确人工边界条件，再通过对特殊函数的性质的分析给出了耦合法的变分问题及其离散问题的适定性和数值解的误差估计．该误差估计不仅与网格参数有关，而且与无穷级数的截断项数和人工边界的位置有关，数值结果表明方法的有效性和理论分析的正确性．第五章研究了用椭球面和球面人工边界法求解一类非线性问题，获得了四种人工边界归化后的耦合的变分问题及其离散问题，给出了这些变分问题的适定性和数值解的误差估计，数值结果也与理论分析一致．

关键词：有限元法，自然边界归化，人工边界法，分离变量法，外问题，椭球面人工边界，非线性界面问题，椭球谐函数