生物膜泡相场模型的混合有限元法研究

朱 立 永

摘　　要

关于生物膜泡形状变化的研究，由于其在生物学和医药学研究中的重要意义，已经吸引了越来越多研究人员的兴趣，成为生物数学中一个热门的研究课题。本文主要研究了如何运用混合有限元方法来求解[38]中所提出的可以描述体积和表面积受约束的生物膜泡形状的弹性弯曲 能的相场模型。

首先，我们克服了原问题中高阶导数和具有约束的困难，给出了描述生物膜泡平衡态形状的相场模型的混合有限元离散的数值格式。进而，结合线性化问题的逼近结果和一般的 Brezzi-Rappaz-Raviart 理论，克服了非线性的困难，从数学上严格推导了混合有限元逼近解关于能量模的最优阶的误差估计，而后应用对偶技巧得到了最优阶的的 L2 模误差估计。

然后，我们研究了如何运用混合有限元方法来求解描述体积和表面积受约束的生物膜泡形状动态变化的引入梯度流的弹性弯曲能的相场模型。给出了运用混合有限元离散所得到的半离散化和全离散化的数值计算格式。进而，克服了非线性的困难，从数学上严格推导了这些混合有限元离散格式逼近解的误差估计。最后，一些数值例子验证了前面理论分析的结果。

本文为进一步模拟生物膜泡平衡态的形状以及描述生物膜泡形状动态变化的规律提供了高效收敛的混合有限元离散的数值格式，所得到的理论结果对于进一步模拟生物膜泡的形状具有重要的理论指导意义。

关键词：相场模型，生物膜泡，混合有限元，嵌套鞍点问题，误差估计，梯度流