有限元的对称展开，外推和分片常数 Level Set 方法

姓名：姚昌辉
单位: 数学与系统科学学院计算数学所

June 30, 2006

本文首先根据林群小组超收敛理论分析，给出了 Laplace 最小特征值线性元 P_1、双线性元 Q_1，旋转双线性元 Q_1^{rot}、推广的旋转双线性元 EQ_1^{rot}、Wilson 元在矩形网格上以及内部双线性元和边界三角形元相结合的网格上的外推数值试验结果。对线性元 P_1 在鱼骨形、米字形、交叉形网格上，对内部 EQ_1^{rot} 元和边界 Raviart-Thomas 元相结合的网格及分片均匀三角形网格线性元 P_1，Raviart-Thomas 元也进行了相应的外推数值试验，预测了尚未给出理论证明的外推收敛情况.

接着研究了一个新的四边形单元 $\mathbf{ABF_r}$ 单元在矩形剖分下的对称展开性质。对于 $\mathbf{ABF_r}$ 单元的最低阶情况 $r = 0$，我们利用 Bramble-Hilbert 引理和双线性引理，对该单元进行展开，得到了在 $\mathbf{u} \in (H^3(\Omega))^2 \bigcap \mathbf{H}_0(div, \Omega)$ 由二阶的收敛阶。并且我们还构造了三维的 $\mathbf{ABF_r}$ 单元。由于 $\mathbf{ABF_r}$ 单元在任意四边形剖分下仍保持最优收敛阶，我们可以应用这一特性，使用分片恢复技术可以得到分数阶的超收敛特性。

在第五章，我们分析了 Maxwell 方程非协调元逼近。使用对称展开方法，给出了二阶形式和混合形式解于其相应插值 $O(h^2)$ 的超逼近结果。

在第六第七章我们研究了分片常数 Level Set 方法图像分割问题。只用一个分片常数 Level Set 函数就可以表示任意的像，并利用 Mumfors-Shah 模型建立了分片常数 Level Set 方法的 Newton 快速算法。然后改进了 Mumfors-Shah 模型，只用一个变量的模型就可以得到更好的分割效果。

关键词:对称展开，特征值外推，分片常数 Level Set 方法