Hirota双线性方法和Pfaff式在孤立子理论中的应用

赵俊霄

中文摘要

本论文的研究内容主要有三部分：求解一些重要可积方程的多孤子解、寻求新的可积系统和孤子方程新的可积耦合系统、提出Pfaff化与贝克隆变换可交换的新思路。

求解孤子方程的精确解一直是孤立子理论中非常重要的问题。本人应用Pfaff式技巧，求出了耦合Ramani方程N-孤子解的Pfaff式表示，从而减少了求解Ramani方程多孤子解的计算强度。此外，将多孤子解的Pfaff式表示技巧推广到微分-差分情形，求出了耦合特殊(1+1)维 Toda晶格方程、耦合Volterra格、Adler等人发现的一个简单格的耦合方程、耦合的约化离散 BKP方程等微分-差分方程N-孤子解简洁的一般表示。

寻求新的可积系统或孤子方程的可积耦合系统是孤立子理论研究中另一重要课题。本人应用双线性方法找到了两个新的可积格（耦合Toda晶格方程及其相关方程）和四个可积格的多分量耦合系统， 并研究了这些耦合系统的 Lax表示、守恒量、贝克隆变换公式、孤子解等可积性质。此外，应用Pfaff化方法，本人考虑了具有lump解的三维三波方程的Pfaff化，并求出了Pfaff化三维三波方程在局部剖面上（local profiles）的lump解；而且，将Pfaff化方法推广到微分-差分情形，成功地找到了微分-差分 KP方程、二维 Toda 晶格方程和Leznov格的可积耦合系统，并给出了这些耦合系统N-孤子解的Pfaff式表示。此外，还给出了微分-差分KP方程、二维Toda晶格方程和半离散Toda晶格方程及其相应耦合系统的矩阵积分解。

本人和导师合作，首次提出Pfaff化与贝克隆变换可交换的新思路。这一交换性思想已经成功地应用到KP方程，找到了Hirota-Ohta耦合KP方程的一组双线性贝克隆变换公式，并由此解决了该研究领域国际著名学者双线性方法创始人Hirota在其1992年出版的专著中提出的一个公开问题。 此外，我们还证明了Pfaff化与贝克隆变换的可交换性对于微分-差分KP方程、二维Toda晶格方程和半离散Toda晶格方程也成立。

关键词：双线性方法，Pfaff式，孤立子解， Lax对，守恒量，贝克隆变换，矩阵积分，交换性