摘　要

波导问题是电磁波研究中一类有着较强的实际背景和应用前景的数学物理问题，以麦克斯韦方程组作为理论基础，主要研究波在封闭和开放的结构中的传播问题。金属封闭波导是一类有着金属外壁的特殊波导，简称闭波导或电介质波导。闭波导是无限长波导，截面形状和尺寸、壁结构以及介质分布沿其轴线方向都是不变的。其求解区域为封闭的结构，是一类电磁场特征值问题。在实际生活中有广泛应用的复杂结构下的非均匀闭波导问题，其电磁波在局部具有较强的奇异性，波导的理论分析和数值计算都有很大的困难。

本文研究的是金属封闭波导的有限元数值求解。其研究工作涉及模型的构造、有限元离散格式设计、自适应方法和后验误差分析等。本文以电场作为工作变量，通过引入一个新的变分形式，证明了一个一致的 inf-sup 条件，从而得到电磁波导问题在一般条件下的存在性问题。对描述封闭波导的电场混合变分问题，本文采用 Nédélec 棱单元和 Lagrange 节点元离散，并进行有限元离散的收敛性分析，这些结果改进了前人的结果。在此变分框架下进行了一系列的数值试验，计算结果表明对于简单结构的封闭波导问题传统的有限元分析可以得到最优的收敛阶。但对于在应用中更有兴趣的复杂结构下的波导问题，通常有限元分析得不到最优收敛结果。

基于求解特征值问题的反迭代有限元算法，本文设计了特征值问题的基于后验误差估计的自适应反迭代算法。自适应方法预先给定一个 Tolerance，希望用最小的工作量求得问题的数值解，使得数值解和真解在某种范数意义下的误差小于 Tolerance。自适应方法所用最主要的工具就是后验误差估计及其估计子，它们是一些关于离散解和问题中已知数据的可计算量。在不知道真解的情况下，后验误差估计能真实地反映数值解与真解之间地整体误差和局部误差。本文构造了闭波导问题的一个后验误差估计子，设计了复杂结构下波导问题的自适应算法，在完成的结果中得到了复杂结构下波导问题的有限元分析的最优复杂性的算法。本文对复杂结构下波导问题进行了大量的数值试验，试验结果表明我们算法是行之有效的，这是此类问题的第一个完整的结果。

关键词: 闭波导，特征值问题，有限元，反迭代方法，后验误差估计，自适应算法。