带强变异系数对流扩散方程的尺度提升方法

叶煌

摘要

本文考虑来自溶质运移模型中的线性对流扩散方程和来自非饱和多孔介质流中的非线性对流扩散方程。这类问题的参数一般具有很强的空间变异性。由于计算资源的限制直接数值模拟这类问题非常困难。另一方面，从实际应用的角度来看，往往仅需要知道多尺度系统的某些大尺度宏观平均性质。从而需要设计一种数值方法在较粗网格上求解等效的模型，使之既能抓住问题的大尺度宏观平均信息又不需要去直接求解原来的多尺度问题。

为达到此目的，我们提出了一类新的尺度提升数值方法。这类方法的主要思想是通过求解局部问题得到原问题强变异性参数的等效参数，用一种简单的能够在较粗网格上求解的等效模型来代替原来的具有多尺度解的问题。在周期性假设条件下，基于均匀化理论我们对算法进行了误差分析并得到最优收敛阶。进一步，我们给出了利用超样本技术重构多尺度解的方法，并证得该法的收敛性，给出收敛阶。最后，我们进行了细致的数值试验，用周期问题来验证文中得到的收敛阶，用随机问题来说明方法的通用性。数值结果表明了我们算法是有效的。

关键词:尺度提升，非均匀多孔介质，均匀化，溶质运移方程，非线性抛物型方程，**Richards** 方程