一种求解间断系数椭圆型问题的连续－间断有限元方法及其自适应研究

肖捷

摘要

本文的内容分为以下两个部分：

第一部分提出了一种综合了普通间断有限元方法和区域分解方法优点的连续－间断有限元方法。本文考虑这样一个间断系数椭圆型问题：方程的求解区域内包含一个子区域，该子区域的尺度与整个求解区域的尺度相差很大（如10^4），方程的系数在子区域的边界上是间断的。针对问题的特殊性，本文在子区域内用连续有限元函数逼近，而在区域的交界面处采用间断有限元的方法引进数值流，这样做很好地解决了网格的非匹配问题，而且比在整个区域上用间断有限元方法离散，自由度少了很多。本文提出的连续－间断有限元方法与Mortar元方法有些类似，只是Mortar元方法是通过弱匹配条件来建立子区域间的联系。本文通过定义数值流中的网格函数，得到了与Mortar元方法类似的最优误差阶，而且该方法在程序实现上较Mortar元方法简单得多。本文通过数值实验验证了先验误差理论，还对该方法进行了后验误差估计，利用该方法与Mortar元方法的相似性，得到了与普通间断有限元方法一致的残量型后验误差估计子，并通过大量的数值实验验证了它的有效性。

第二部分是对与时间无关的对流扩散问题的自适应方法的研究。本文中提出了能量范数下的一个后验误差估计，虽然其上、下界估计的常数相差$O(\varepsilon^{-1/2})$，但是通过进行大量的数值实验，与Verfürth2005 文中的误差估计子相比较后，表明了该误差估计子的效果更好，而且从数值结果来看该误差估计子的收敛阶是最优的。

关键词：间断有限元，Mortar元，连续－间断有限元方法，残量型后验误差估计子，对流－扩散问题