# 电磁波散射问题的自适应 PML 方法

刘学哲

## 摘要

散射问题在 20 世纪的数学物理中发挥了重要的作用。电磁波散射问题是当今计算电磁学中的基本问题之一，已逐渐成为当今学术上相当活跃，应用范围十分广阔的前沿问题。

计算电磁学中 Bérenger PML 作为“海绵层”用于散射问题截断无穷区域。当 PML 层厚度为 $\infty$ 时，PML 可无条件吸收任何方向，任何频率进入的平面波，而不产生反射，且散射波在 PML 层中指数衰减。由于截断边界产生反射，无反射性质在 PML 层被截断时将失去，而对微分方程的离散也会改变 PML 层中的反射系数。如何截断 PML 层，得到“最优”的 PML，是一项十分有挑战性的研究。

本论文的主要内容是关于电磁波散射问题的自适应PML(perfectly matched layer) 技术的研究。通过此技术，无界的求解区域可截断为有界求解区域。为克服收敛性分析中的数学困难，本文中给出了关于 Hankel 函数 $H_\nu^1, \nu \in \mathbb{R}$ 的一致估计：

$$|H_\nu^{(1)}(z)| \leq e^{-\mathrm{Im}\,(z)\left(1-\frac{\Theta^2}{|z|^2}\right)^{1/2}} |H_\nu^{(1)}(\Theta)|,$$

对任意 $z \in \mathbb{C}_{++}, \Theta \in \mathbf{R}$ 使$0 < \Theta \leq |z|$, 其中 $\mathbb{C}_{++} = \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Im}\,(z) \geq 0, \mathrm{Re}\,(z) \geq 0\}$.PML 参数由推导出的后验误差估计子确定, 自适应网格上的后验误差估计子具有很好的性质：它在远离 PML 层所在位置的区域指数衰减，从而使得总计算量对 PML 吸收层的厚度不敏感，数值算例表明我们的自适应算法具有很好的性质。

**关键词**: 自适应方法，perfectly matched layer(PML)，后验误差分析，Hankel 函数，散射问题