弹性接触问题的有限元法研究

华冬英

摘 要

本论文主要研究在力学、物理学和工程中出现的弹性接触问题的有限元法数值逼近。这些接触问题的数学模型就是椭圆边值问题，利用变分原理，可以得到与之等价的变分不等式问题。本论文的主要研究内容共分四部分。

第一部分是研究标量型的 Signorini 问题。以 Signorini 问题中的标量型单边接触问题为模型，利用非协调的 Crouzeix-Raviart 线性元进行有限元分析，最后得到与线性协调元一致的误差阶，数值算例证实了我们的理论结果，同时显示在相同的网格剖分下，Crouzeix-Raviart 非协调元逼近比连续线性元逼近精度高。

第二部分研究弹性力学中的接触问题。我们首先研究了弹性体与刚体的接触问题，利用从对偶问题导出的混合公式来作有限元逼近，提高了文 [53] 的理论结果，得到最优、拟最优的误差阶。然后我们研究了非匹配网格或匹配网格上两弹性体的接触问题，从原问题解除凸约束导出的混合公式来作有限元逼近，采用了连续 $P_2 - P_1$ 元分别逼近位移场和接触应力，我们的方法充分利用了解的正则性，和文 [32] 相比节省了计算量，误差精度也能达到最优或拟最优。

第三部分研究板接触问题。用非协调元法获得了最优的误差阶。

第四部分研究二阶椭圆型方程混合元法的后处理。我们提供的后处理方法提高了解的精度，理论证明简单、不增加额外工作量。数值算例证实其高效性。

关键词：有限元法，变分不等式，接触问题，误差估计，数值分析